Kapitel 3 – klassische Investitionsrechnung

Problemstellung – worum geht es in diesem Kapitel?

- Mit dem Kapitalwert haben wir ein sinnvolles Verfahren zur Beurteilung von Investitionsobjekten kennengelernt.
- Es gibt darüberhinaus eine Reihe „klassischer“ Verfahren.
- Diese sind zwar nur unter restriktiven Bedingungen anwendbar oder gleich völlig sinnlos, man sollte sie aber trotzdem kennen.

Klassische Investitionsrechnung

- Verfahren der klassischen Investitionsrechnung:
  1. Auf einer so genannten „flachen Zinsstruktur“ basierende Verfahren
     - Klassischer Kapitalwert
     - Klassischer Endwert
     - Klassische Annuität
  2. Eher unsinnige Verfahren
     - Der interne Zinfuß/Zinssatz
     - Die Amortisationsdauer

Kapitel 3, erster Teil

Auf einer flachen Zinsstruktur basierende Verfahren

Allgemeine Formeln für Barwert und Kapitalwert

- Die allgemeine Formel für den Barwert lautete:

$$BW = Z_1/(1+i_1)+ Z_2/(1+i_2)^2+ \ldots+Z_T/(1+i_T)^T$$

- Die allgemeine Formel für den Kapitalwert lautete:

$$KW= Z_1/(1+i_1)+ Z_2/(1+i_2)^2+ \ldots+Z_T/(1+i_T)^T - A_0$$

- Beide Formeln sind abhängig von den (üblicherweise verschiedenen) Zinssätzen i_1, $i_2,\ldots,i_T$.

Spezialfall: flache Zinsstruktur

- Von einer „flachen Zinsstruktur“ spricht man, wenn die Zinssätze i_1, i_2,…,i_T alle identisch sind:

  $$i_1=i_2=\ldots=i_T=i$$

- Vorteil:
  - Man kann leichter rechnen und erhält einige schöne Formeln.
- Nachteil:
  - Eine flache Zinsstruktur kommt in der Realität selten vor, so dass die Formeln wenig nützlich sind.

Klassischer Barwert und Kapitalwert

- Klassischer Barwert beim Zins i:

$$BW(i) = \frac{Z_1}{(1+i)^1} + \frac{Z_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{Z_T}{(1+i)^T}$$

- Klassischer Kapitalwert beim Zins i:

$$KW(i) = -A_0 + \frac{Z_1}{(1+i)^1} + \frac{Z_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{Z_T}{(1+i)^T}$$

Klassischer Kapitalwert als Entscheidungskriterium

- Bei mehreren konkurrierenden Investitionsobjekten:
  - Wähle das IO mit dem höchsten positiven Kapitalwert.
- Bei mehreren kombinierbaren Investitionsobjekten:
  - Führe alle IOs mit positivem Kapitalwert durch.

Der klassische Endwert (1)

- Beim (klassischen) **Kapitalwert** wird ein IO in **t=0** mit der festverzinslichen Anlage/Kreditaufnahme verglichen.
- Der (klassische) **Endwert** vergleicht ein IO in **t=T** mit der festverzinslichen Anlage/Kreditaufnahme.
- Idee:
  - Finanziere die Anfangsauszahlung A_0 über einen Kredit, der in t=T fällig wird.
  - Lege alle Zahlungen Z_t bis zum Zeitpunkt T an.

Tabellerisch

	t	t+1	t+2	…	T-1	T
IO	$-A_0$	Z_1	Z_2	…	Z_{T-1}	Z_T

	t	t+1	t+2	…	T-1	T
Kredit	A_0					$-A_0*(1+i)^T$
Anlage 1		$-Z_1$				$Z_1*(1+i)^{T-1}$
Anlage 2			$-Z_2$			$Z_2*(1+i)^{T-2}$
Anlage T-1					$-Z_{T-1}$	$Z_{T-1}*(1+i)$
Saldo	0	0	0	…	0	Z_T + Endwert von Zahlungen bevor T

$$EW(i) = \underbrace{-A_0 \cdot (1+i)^T + Z_1 \cdot (1+i)^{T-1} + Z_2 \cdot (1+i)^{T-2} + \ldots + Z_{T-1} \cdot (1+i)}_{EW\ von\ Zahlungen\ bevor\ T} + Z_T$$

Der klassische Endwert (2)

- Ergebnis in T:
  - Rückzahlung des Kredits:

    $-A_0*(1+i)^T$
  - Aus der Anlage der Zahlungen Z_t erhält man in T:

    $+Z_1*(1+i)^{T-1}$

    $+Z_2*(1+i)^{T-2}$

    …

    $+ Z_{T-1}*(1+i)$

    $+ Z_T$

Der klassische Endwert (3)

- Gesamtergebnis in T:

  $$EW(i) = -A_0*(1+i)^T + Z_1*(1+i)^{T-1} + Z_2*(1+i)^{T-2} + \ldots + Z_{T-1}*(1+i) + Z_T$$

- In den Zeitpunkten t=0,t=1,…,t=T-1 hat man per Saldo jeweils genau eine Zahlung von Null.
- Im Zeitpunkt T erhält man den „Endwert“ als Saldo.

Graphik: Kapitalwert vs. Endwert



Entnahme KW:

Δ_{KW}	0	0	…	0	0

Entnahme EW:

0	0	0	…	0	Δ_{EW}

Der klassische Endwert als Entscheidungskriterium

- Ein einzelnes IO ist dann vorteilhaft, wenn es einen positiven Endwert hat.
- Bei konkurrierenden IOs wird das IO mit dem höchsten positiven Endwert gewählt.
- Bei kombinierbaren IOs werden alle Objekte mit positivem Endwert gewählt.

Klassischer Kapitalwert und klassischer Endwert

- Durch Ausklammern erkennt man:

$EW(i) = -A_0*(1+i)^T + Z_1*(1+i)^{T-1} + Z_2*(1+i)^{T-2} + \ldots + Z_{T-1}*(1+i) + Z_T$

$= (1+i)^T * \{-A_0 + \frac{Z_1}{(1+i)^1} + \frac{Z_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{Z_T}{(1+i)^T}\}$

$= (1+i)^T * KW(i)$

- Kurz: $EW(i) = (1+i)^T * KW(i)$

- Zu Aufgabe 2.7: Berechnen Sie die Endwerte der beiden Investitionsobjekte (IOs). Wie lassen sich die Endwerte schneller berechnen?

Konsequenz: Äquivalenz von klassischem Kapital- und Endwert

- Da Zinsen niemals negativ sind, ist $(1+i)^T > 0$.
- Somit gilt für zwei Investitionsobjekte IO_1 und IO_2 stets:

$$KW(IO_1,i) > KW(IO_2,i)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$EW(IO_1,i) > EW(IO_2,i)$$

- Die beiden Beurteilungskriterien sind also äquivalent und führen zu den gleichen Entscheidungen.

Die klassischen Annuitäten

- Definition – Annuität:

  Eine Annuität ist ein Zahlungsstrom mit konstanten Zahlungen Z in t=1,…,T.

t=1	t=2	…	t=T
+Z	+Z	…	+Z

Bar- und Endwerte von Zahlungsströmen mit konstanten Zahlungen

- Gegeben sei eine Zahlungsreihe mit:

  $Z_t = Z$, $t = 1, \ldots, T$

- Verbal: in den Zeitpunkten t=1 bis t=T sind die Zahlungen jeweils gleich hoch.
- Weiterhin gelte auch:

  $i_t = i$, $t = 1, \ldots, T$

- Wie lassen sich Bar- und Endwert einer solchen Zahlungsreihe berechnen?

Barwert und Endwert bei gleich hohen Zahlungen: $Z_t = Z$, t=1,…,T

$$BW(i) = \frac{Z}{(1+i)^1} + \frac{Z}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{Z}{(1+i)^T}$$

$$= Z*\left\{\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^T}\right\} = Z*RBWF(i,T)$$

$$EW(i) = Z*(1+i)^{T-1} + Z*(1+i)^{T-2} + \ldots + Z*(1+i)^1 + Z$$

$$= Z*\{(1+i)^{T-1} + (1+i)^{T-2} + \ldots + (1+i)^1 + 1\} = Z*REWF(i,T)$$

Rentenbarwertfaktor: $RBWF(i,T) = \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \frac{1}{(1+i)^T}$

Rentenendwertfaktor: $REWF(i,T) = (1+i)^{T-1} + (1+i)^{T-2} + \ldots + (1+i)^1 + 1$

Rentenendwertfaktor und Rentenbarwertfaktor – kompaktere Darstellung

- Herleitung: siehe Word-Datei (nicht klausurrelevant)

$$RBWF(i,T) = \frac{(1+i)^T - 1}{(1+i)^T \cdot i} \qquad REWF(i,T) = \frac{(1+i)^T - 1}{i}$$

- Also gilt auch: RBWF(i,T)*$(1+i)^T$ = REWF(i,T)
- Merke:

BW(i,T,Z) = Z*RBWF(i,T)

EW(i,T,Z) = Z*REWF(i,T)

- Zahlungen fallen dabei nur von t=1 bis t=T an. Zahlungen in t=0 sind in diesen Formeln nicht berücksichtigt.

Annuitätenmethode und Kapitalwert

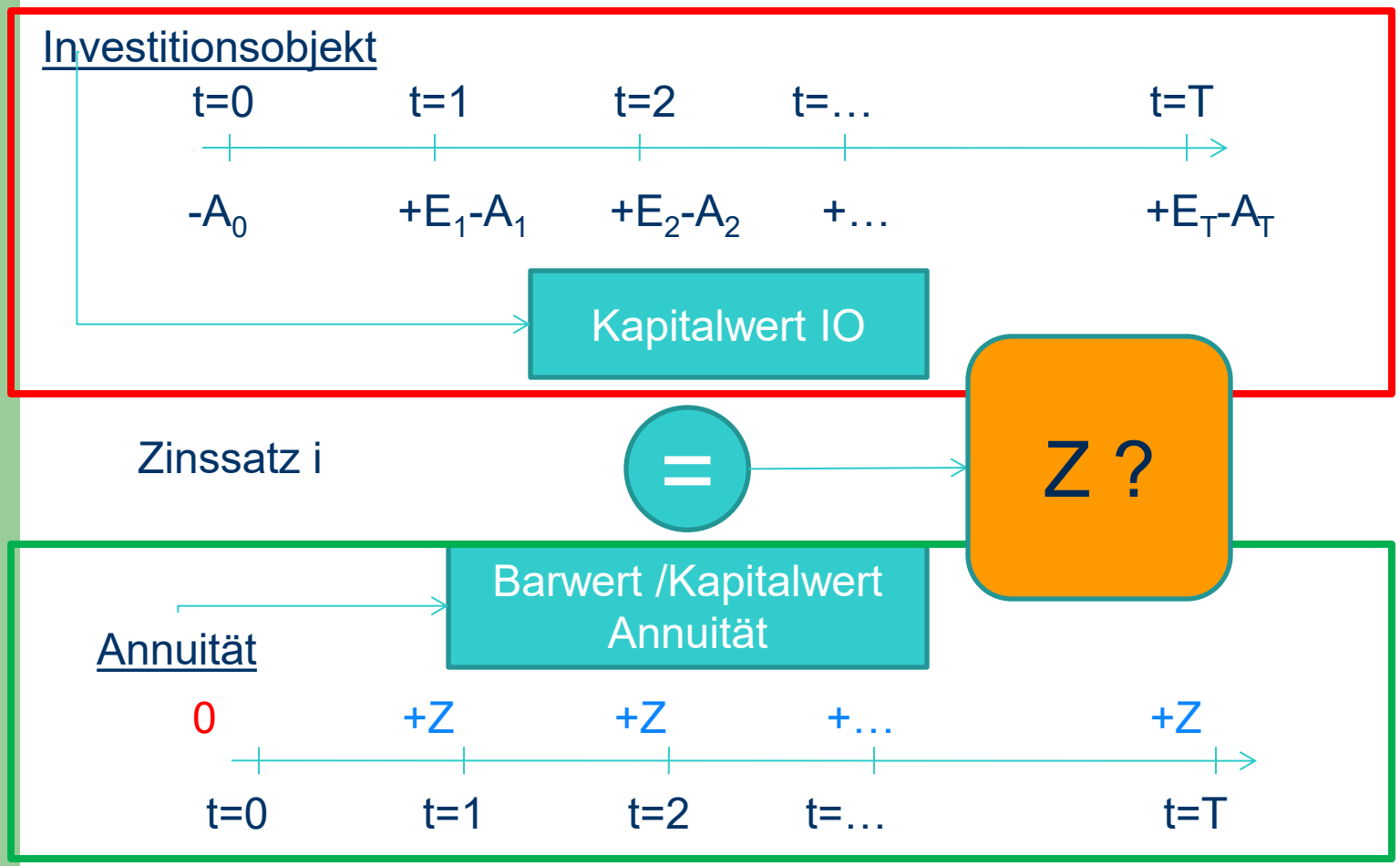
- Der Kapitalwert kann interpretiert werden als der Betrag, den man in t=0 entnehmen kann (finanziert durch das IO).
- Bei der Annuität entnimmt man einen konstanten Betrag in t=1,…,T.

	Entnahme t=0	Entnahme t=1	Entnahme t=2	Entnahme t=3
KW	+291,80	0	0	0
Annuität	0	+107,21	+107,21	+107,21

Grundidee

- Gegeben seien
  - Zwei prinzipiell beliebige, konkurrierende IOs.
  - der Zinssatz i.
- Idee:
  - Rechne die IOs um in Annuitäten…
  - … mit gleicher Laufzeit…
  - … und Anfangszahlung A_0 =0.
  - Wähle das IO mit der höchsten Annuitätenzahlung Z!

Vorgehensweise (1)



Vorgehensweise (2)

1. Berechne Kapitalwert des IOs
2. Barwert Annuität (T) = Z*RBWF(i,T)
3. Barwert Annuität = Kapitalwert IO

KW^{IO} = Barwert/Kapitalwert Annuität

$\Leftrightarrow$ $KW^{IO} = Z \cdot RBWF(i,T)$

$\Leftrightarrow$ $Z = KW^{IO} / RBWF(i,T)$

$= KW^{IO} * \{1/ RBWF(i,T)\}$

$\equiv KW^{IO} * ANF(i,T)$

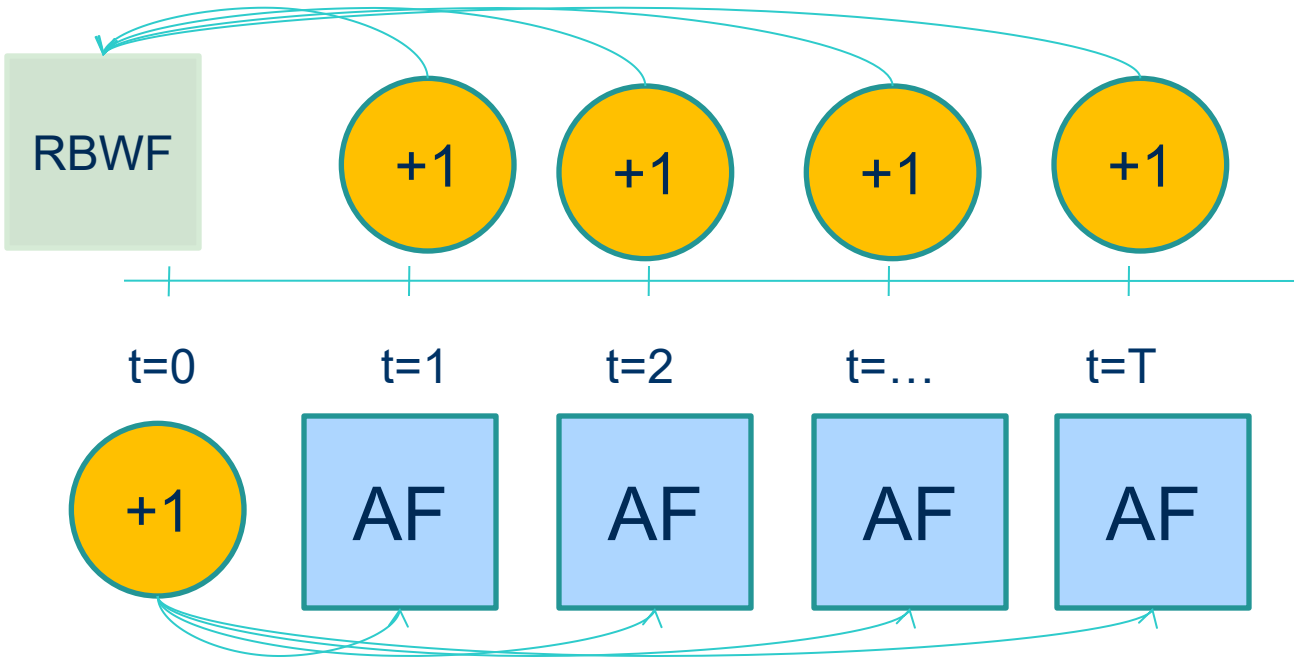
Annuitätenfaktor und Rentenbarwertfaktor (1)

- Definiere: „Annuitätenfaktor“ (oder auch: „Wiedergewinnungsfaktor“)

$$ANF(i,T)=1/RBWF(i,T)=\frac{(1+i)^T \cdot i}{(1+i)^T-1}$$

- T: Kapitalbindungsdauer vom Zeitpunkt t bis zum letzten Zeitpunkt T. In den Folien wird t=0 benutzt.
- Beispiel – Aufgabe 2.7: vom Zeitpunkt t bis zum Zeitpunkt t+3 beträgt die KBD 3 Jahre. T-t = (t+3) - t =3.

Annuitätenfaktor und Rentenbarwertfaktor (2)



AF = „Annuitätenfaktor“

Beispiel (1)

- Wir verwenden einen Zinssatz von i = 5% und die folgenden IOs:

	t=0	t=1	t=2	t=3
IO_1	-1.000	+250	+400	+800
IO_2	-1.000	+700	+400	+250

Annuitätenfaktor = $\frac{(1+i)^T \cdot i}{(1+i)^T - 1}$

$= \frac{(1+0{,}05)^3 \cdot 0{,}05}{(1+0{,}05)^3 - 1} = 0{,}3672$

Berechnung der Annuität

- 1. Schritt: Berechnung der Kapitalwerte

  $KW(IO_1)$= -1000 + 250/(1,05)+400/$(1,05)^2$+ 800/$(1,05)^3$ = 291,98

  $KW(IO_2)$= -1.000+700/(1,05)+400/$(1,05)^2$ +250 /$(1,05)^3$ = 245,44

- 2. Schritt: Berechnung einer Annuität mit gleichem Kapitalwert
  - Nun sucht man eine Zahlungsreihe Z (t=1…, bis t=T) mit Anfangsauszahlung 0, die den gleichen Kapitalwert wie das jeweilige IO hat.
  - Es muss gelten:

    KW_{IO} = Z* RBWF

    ⇔ Z = KW_{IO}/ RBWF

    ≡ KW_{IO}*“Annuitätenfaktor(i,T)“

$$KW(IO1)= Z\cdot\left(\frac{1}{(1,05)^1}+\frac{1}{(1,05)^2}+\frac{1}{(1,05)^3}\right)$$

KW(IO1) =Z*RBWF

291,98 = Z * 2,7232

Beispiel (2)

Z_{IO1} = KW (IO1)* Annuitätenfaktor = 291,98* 0,3672≈ 107,21

Z_{IO2} = KW (IO2)* Annuitätenfaktor = 245,44* 0,3672≈ 90,13

- 3. Schritt: Entscheidung
  - Bei konkurrierenden IOs wählt man das IO mit der höheren (positiven) Annuität.
  - Ein einzelnes IO ist dann vorteilhaft, wenn die Annuität positiv ist.
- Hier würde man IO_1 wählen:
  - Z_1 = 107,21 > Z_2 = 90,13, Zudem gilt: Z_1 >0
- Gleiche Entscheidung wie bei KW:
  - KW(IO_1,5%) = 291,98 > KW(IO_2,5%) = 245,44 >0

Vorgehensweise (3)

- Wir kombinieren die Zahlungen aus dem Investitionsobjekt…
- …mit Banktransaktionen
  - also Kreditaufnahme bzw. Anlage von Zahlungen aus dem Investitionsobjekt
- … so dass eine Annuität entsteht:
  - mit Laufzeit T
  - mit einer Anfangsauszahlung in Höhe von Null
- … und am Ende der Periode T weder eine Forderung noch eine Verbindlichkeit bei der Bank verbleibt.

Probe (1)

- Umwandlung von IO_1 in eine Annuität, i=5%:

t	IO1	Kreditausnahme (+) Kreditrückzahlung (-)	Saldo	Kontostand
t=0	-1.000	+1.000	0	-1.000
t=1	+250	-142,79	107,21	-907,21 = -1000*1,05 + 142,79
t=2	+400	-292,79	107,21	-659,78
t=3	+800	-692,79	107,21	0,021 ≈ 0

Probe (2)

- Umwandlung von IO_2 in eine Annuität, i=5%:

t	IO1	Banktransaktionen: Kreditaufnahme (+) Kreditrückzahlung (-)	Saldo	Kontostand
t=0	-1.000	+1.000	0	-1.000
t=1	+700	-609,87	90,13	-440,13
t=2	+400	-309,87	90,13	-152,27
t=3	+250	-159,97	90,13	-0,0135 ≈ 0

Vergleich mit dem Kapitalwert (1)

- Die Annuität eines IOs erhält man aus dem Kapitalwert gemäß:

  $Annuität_{IO1} = KW(IO_1,i) * ANF(i,T)$

  $Annuität_{IO2} = KW(IO_2,i) * ANF(i,T)$

- Der Faktor ANF(i,T) ist aber für alle IOs identisch und positiv.
- Es gilt: $KW(IO_1) > KW(IO_2)$

$$\Leftrightarrow$$

$$Annuität(IO_1) > Annuität(IO_2)$$

- Aufgabe 2,7b)

Fazit: klassischer Kapitalwert, Endwert und klassische Annuität

- Ergebnis:
- Alle drei Verfahren kommen stets zur gleichen Beurteilung von Investitionsobjekten!
- Sie haben lediglich eine etwas andere ökonomische Interpretation.

Aufgabe 2.7
Kalkulationszinsfuß r = 0,1 = 10%

IO1	t	t+1	t+2	t+3
Zahlungsstrom IO	**-100**	**70**	**40**	**40**
Kapitalwert	26,75	0	0	0
Endwert	0	0	0	35,6
Annuität	0	10,76	10,76	10,76

IO2	t	t+1	t+2	t+3
Zahlungsstrom IO	**-100**	**20**	**90**	**50**
Kapitalwert	30,13	0	0	0
Endwert	0	0	0	40,1
Annuität	0	12,12	12,12	12,12

Kapitel 3, zweiter Teil

Interner Zinsfuß und Amortisationsdauer (Pay-off-Periode)

Anleihe 1:

Anleihen ▸ 4,00% Bundesrepublik Deutschland 05/37 auf Festzins

4,00% Bundesrepublik Deutschland 05/37 auf Festzins

WKN: 113527 ISIN: DE0001135275 Symbol: BB27 Typ: Anleihe

Geld	Brief	
152,71	152,82	-0,23%

Kurse in % | 11:54 Uhr Düsseldorf | Mehr Kurse »

Kennzahlen	
Rendite	0,98 %
Rendite zu Bundeswertpapieren	+0,62 %
Stückzinsen	3,44 %
Spread	0,08 %

Emittent & Anleihe	
Emittent	Bundesrepublik Deutschland
Emittententyp	Staatlich/Öffentlich
Herkunft	Deutschland
Art der Anleihe	Anleihe

Stammdaten	
Nominal	1.000
Währung	EUR
Zinslauf ab	04.01.2005
Fälligkeit	04.01.2037
Fälligkeit (J)	19,13
Emissionsvolumen	23.000.000.000



Anleihe 2:

Startseite ▸ Anleihen ▸ 6,25% Bundesrepublik Deutschland 94/24 auf Festzins

6,25% Bundesrepublik Deutschland 94/24 auf Festzins

WKN: 113492 ISIN: DE0001134922 Symbol: BA92 Typ: Anleihe

Geld	Brief	
139,29	139,40	-0,01%

Kurse in % | 11:35 Uhr Düsseldorf | Mehr Kurse »

Kennzahlen	
Rendite	-0,13 %
Rendite zu Bundeswertpapieren	+0,02 %
Stückzinsen	5,38 %
Spread	0,08 %

Emittent & Anleihe	
Emittent	Bundesrepublik Deutschland
Emittententyp	Staatlich/Öffentlich
Herkunft	Deutschland
Art der Anleihe	Anleihe

Stammdaten	
Nominal	0,010
Währung	EUR
Zinslauf ab	04.01.1994
Fälligkeit	04.01.2024
Fälligkeit (J)	6,13
Emissionsvolumen	10.250.000.000



1.) Die Methode des internen Zinsfußes (auch: „interner Zinssatz“, „internal rate of return“)

- Interner Zinsfuß – Definition:
  - Der interne Zinsfuß eines IOs ist derjenige Zinssatz, bei dem der Kapitalwert des Investitionsobjektes gleich null ist:
  - Mathematisch:

$$KW(IO, i_{\text{int}}) = -A_0 + \frac{Z_1}{1 + i_{\text{int}}} + \cdots + \frac{Z_T}{(1 + i_{\text{int}})^T} = 0$$

  - Grafisch: Der interne Zinsfuß entspricht der Nullstelle der Kapitalwertfunktion KW(IO,i) in Abhängigkeit vom Zinssatz i pro Jahr.
- Interner Zinsfuß – Ökonomische Motivation?

Der interne Zinsfuß als Entscheidungskriterium

- Beurteilung eines einzelnen Investitionsobjektes:
  - Wenn der interne Zinsfuß größer als der Zinssatz am Kapitalmarkt ist, dann ist das Investitionsobjekt vorteilhaft: $i_{int} > i_{Markt}$
- Bei konkurrierenden IOs:
  - Wähle dasjenige IO **mit dem größten internen Zinsfuß** (wenn der interne Zinsfuß zudem größer als der Marktzins ist).
- Bei nicht konkurrierenden IOs:
  - Wähle alle IOs, **deren interne Zinsfüße größer als der Marktzins sind.**

Allgemeine Berechnung des internen Zinsfußes

- Man sucht die Lösung der Gleichung

  $-A_0+(Z_1)/(1+i)+\ldots+(Z_T)/(1+i)^T = 0$

- Mit der Substitution x := (1+i) und durch Multiplikation beider Seiten mit x^T erhält man:

  $-A_0\, x^T +(Z_1)^* x^{T-1} +\ldots+(Z_T)= 0$

- Gesucht sind also Nullstellen eines Polynoms T-ten Grades.
- Für T=2 kann die Gleichung mithilfe der **Mitternachtsformel** oder der **p-q-Formel** gelöst werden. Für T>2 sind im Allgemeinen numerische oder grafische Lösungsverfahren erforderlich.

Mitternachtsformel und p-q-Formel

Mitternachtsformel: Für eine quadratische Gleichung mit $a \neq 0$ gilt:

- $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \text{Lösung: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

p-q-Formel: Spezialfall der Mitternachtsformel für a=1

- $x^2 + p \cdot x + q = 0 \rightarrow \text{Lösung: } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

Wichtig: Nach der Berechnung von x muss die Substitution rückgängig gemacht werden: i = x-1

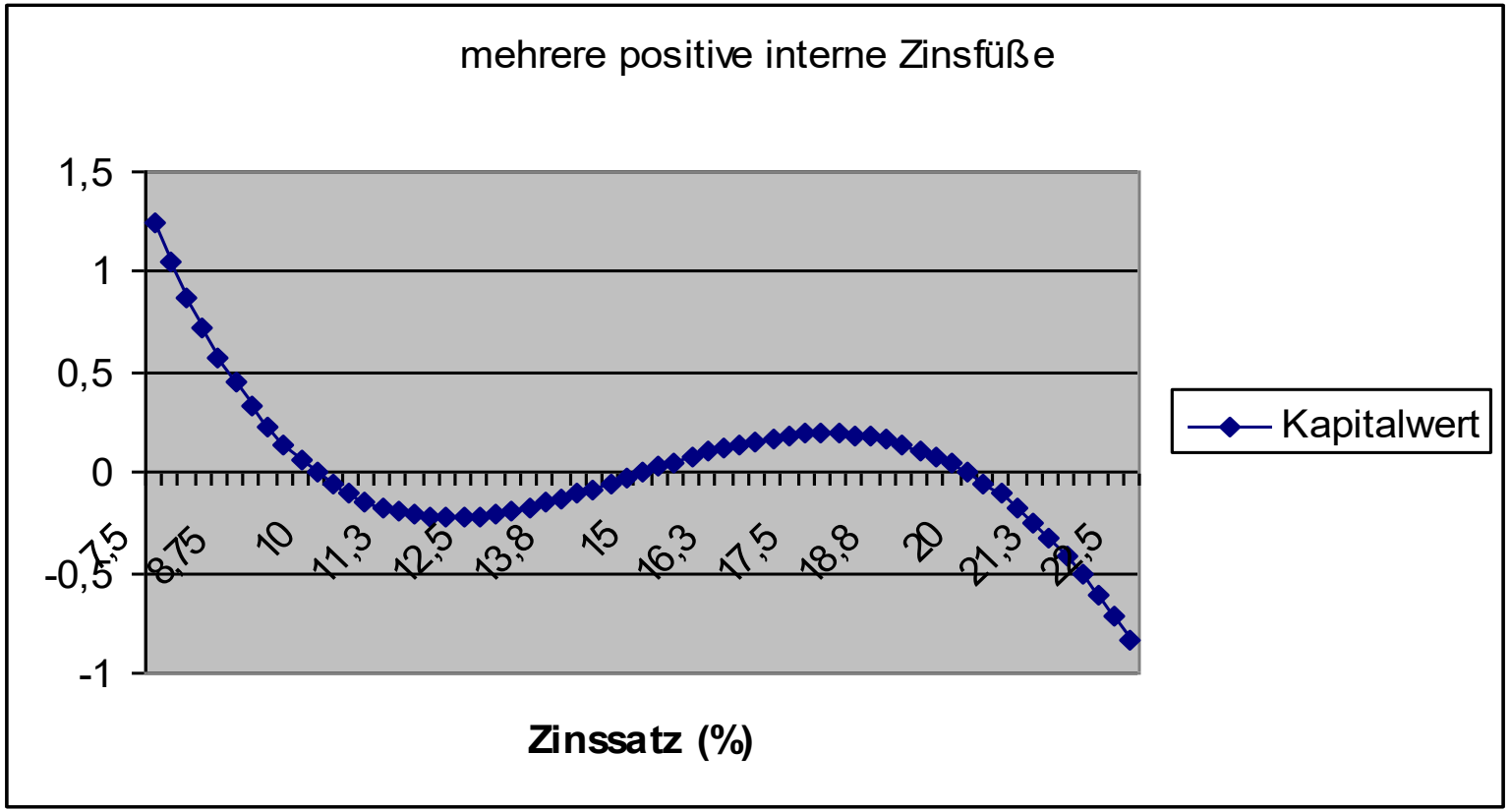
- Der Zinssatz soll positiv sein. Daher werden negative Lösungen ausgeschlossen.
- Aufgabe 2,9 (KW mit $r_{t,t+1} = 4\%$, $r_{t,t+2} = 1\%$? Entscheidung?)

Problem 1: – Nichteindeutigkeit des internen Zinsfußes (1)

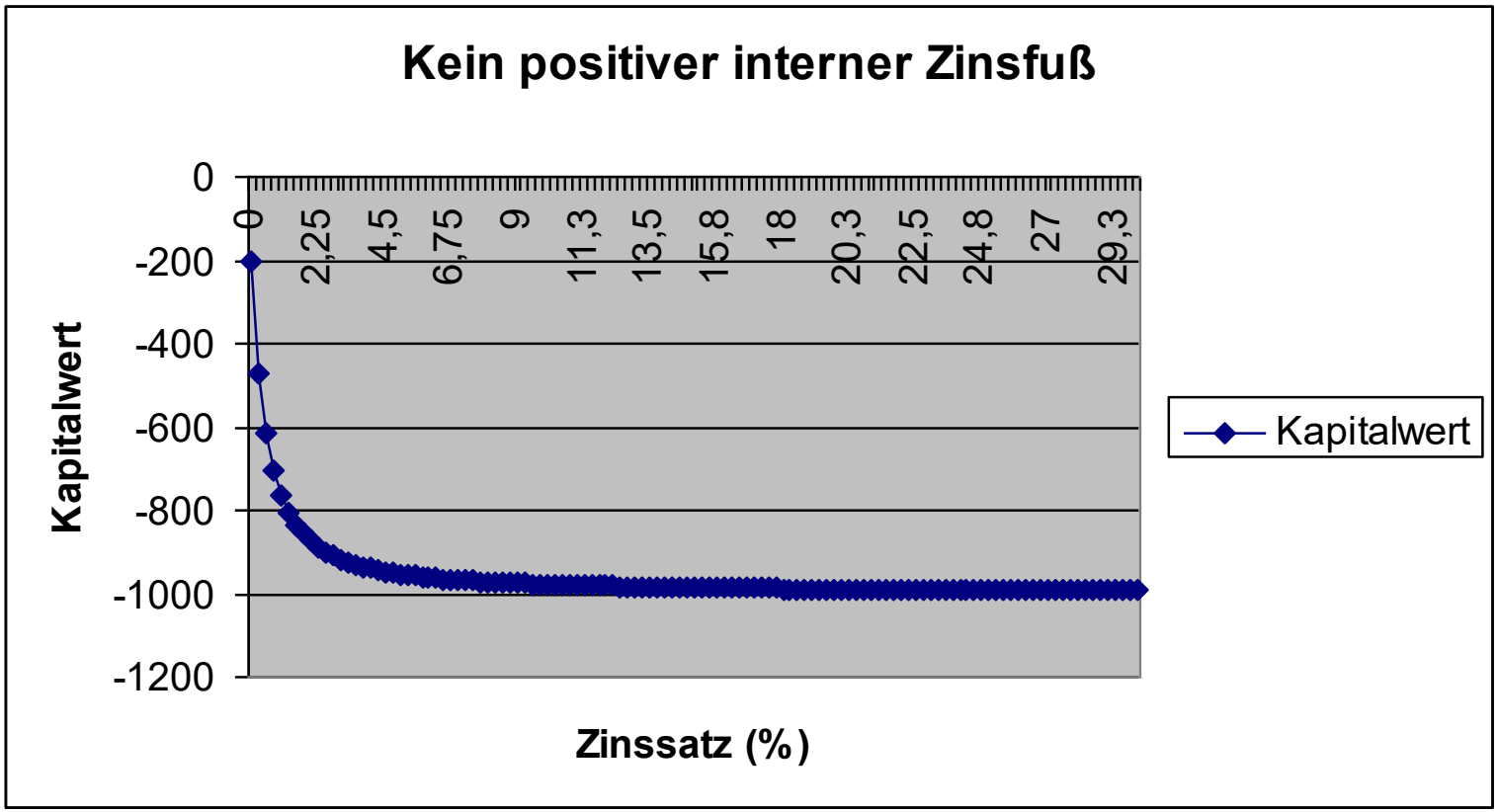
- In der Aufgabe 2,9 kann man den (ökonomisch bedeutungslosen) negativen internen Zinssatz leicht ignorieren.
- Es ist aber auch durchaus denkbar, dass mehrere positive interne Zinsfüße existieren:

t=0	t=1	t=2	t=3
-6.587,62	+22.727,27	-26.119,89	+10.000

Beispiel – mehrere positive Nullstellen



Kein positiver interner Zinsfuß



Konsequenz

- Es kann also
  - u.U. gar keinen positiven internen Zinsfuß geben.
  - mehrere interne Zinsfüße geben,…
  - … von denen einige negativ sind.
- Welcher interne Zinsfuß ist dann relevant für die Beurteilung eines Investitionsobjektes?
- Man bräuchte ein (sinnvolles) zusätzliches Kriterium!

Problem 2: Bestimmung des Vergleichszinssatzes

- Ein Investitionsobjekt ist nach der Methode des internen Zinsfußes vorteilhaft, wenn
  - $i_{int} > i_{Marktzins}$
- Den „Marktzins“ gibt es aber nicht. Zumeist existiert eine Vielzahl von Zinsen und Verzinsungsverfahren.
- Beispielsweise wurde bei Zinsstruktur bereits angesprochen, dass der Zinssatz im Allgemeinen mit der Kapitalbindungsdauer variiert.

Problem 3: Investitionen mit negativem oder geringerem Kapitalwert sind möglich

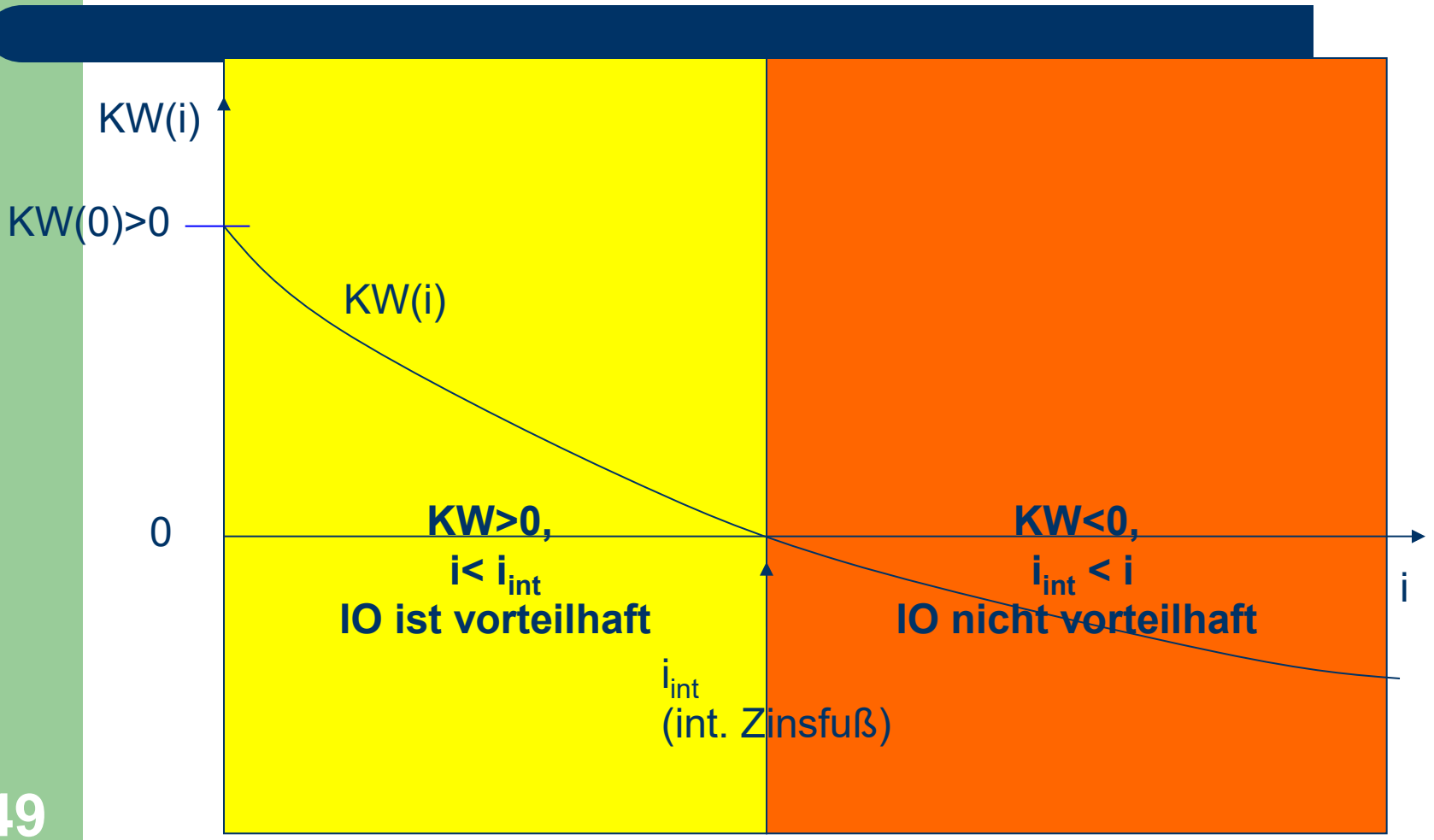
- Unter gewissen Umständen kommt man zu gleichen Entscheidungen wie bei der Verwendung des Kapitalwertkriteriums.
- Dies ist jedoch nicht immer der Fall!

Gleiche Entscheidung wie beim Kapitalwert (1)

- Bei diesem Investitionsobjekt kommt man anhand der Kapitalwertmethode und anhand der Methode des internen Zinsfußes immer zur gleichen Beurteilung (im Vergleich zur festverzinslichen Anlage):

t=0	t=1	t=2
-1.000	+500	+800

Gleiche Entscheidung wie beim Kapitalwert (2)

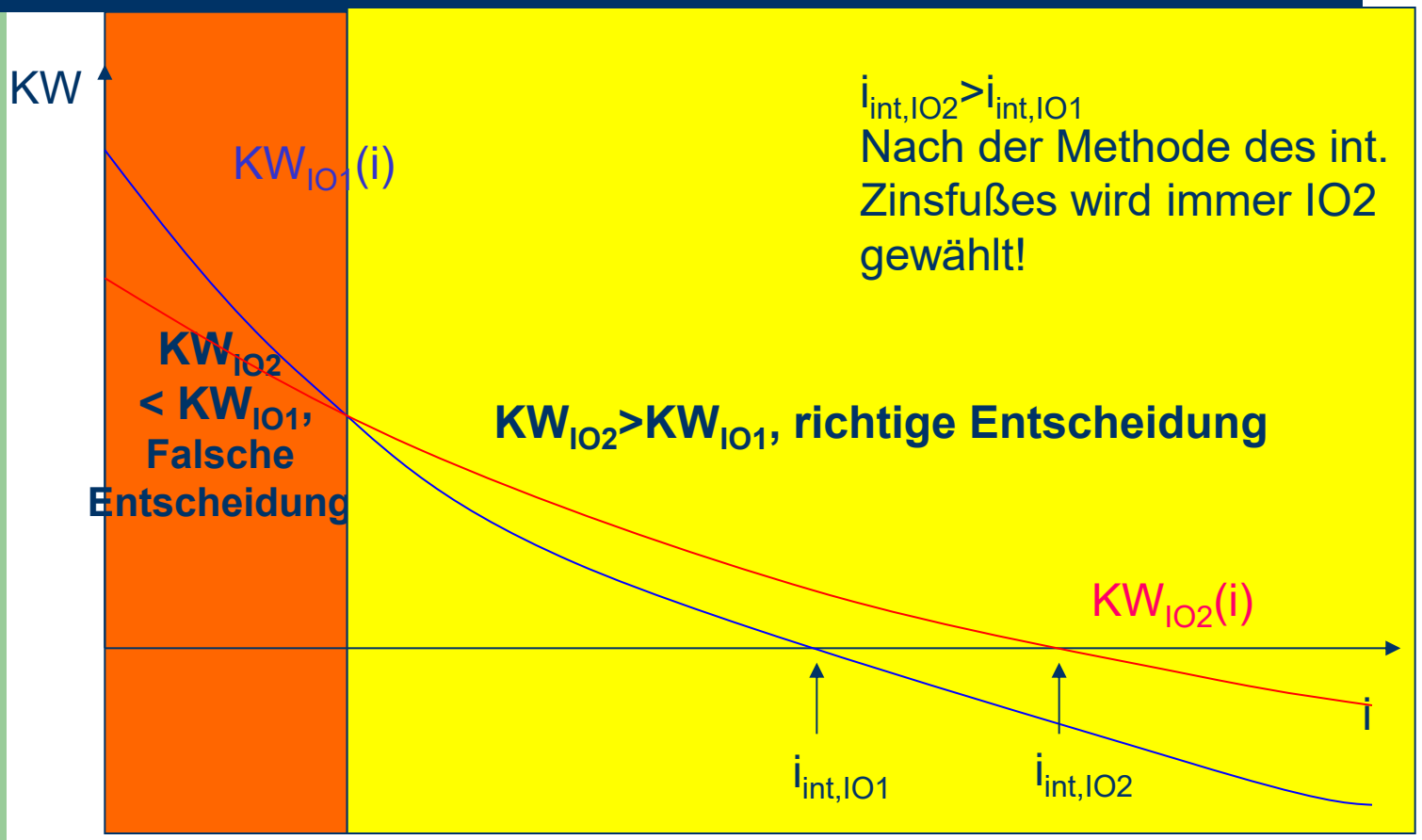


Vom Kapitalwert abweichende Entscheidung (1)

- Wir betrachten den Fall, dass zwei konkurrierende IOs verglichen werden sollen:
- Konkret verwenden wir die Beispiele von oben:

	t=0	t=1	t=2	t=3	i_{int}
IO_1	-1.000	+250	+400	+800	17,275 %
IO_2	-1.000	+700	+400	+250	20,444%

Vom Kapitalwert abweichende Entscheidung (2)



2.) Die Amortisationsdauer (auch: pay-off- Periode)

- Grundidee:
  - Ein Investitionsobjekt ist umso besser, …
  - … je schneller man das investierte Geld wieder zurück hat.
- Konkretisierung:
  - Bestimme für alle IOs den frühesten Zeitpunkt, in dem die kumulierten aufgezinsten Einzahlungsüberschüsse erstmals positiv sind („Amortisation“).
  - Ein IO ist umso besser, je früher es sich amortisiert.

Die Amortisationsdauer - Beispiel

- Erneut verwenden wir die bereits bekannten Beispielobjekte:

	t=0	t=1	t=2	t=3	i_{int}
IO_1	-1.000	+250	+400	+800	17,275 %
IO_2	-1.000	+700	+400	+250	20,444%

	t=0	t=1	t=2	t=3
IO_1	-1.000	+250	+400	+800

- **Beispiel (1) IO1, i=10%:**

Zeitpunkt	Kumulierte Einzahlungsüberschüsse
t=0	-1000
t=1	$-1000*(1,1)+250 = -850 < 0$
t=2	$-1000*(1,1)^2+ 250*1,1 + 400$ $= (-1000*(1,1)+250) *1,1 + 400$ $= -850* 1,1 + 400 = - 535 < 0$
t=3	$-1000*(1,1)^3+ 250*(1,1)^2+400*1,1+800$ $=(-1000*(1,1)^2+ 250*1,1 + 400)*1,1+800$ $= -535 *1,1+800= 211,5>0$

Beispiel (1)

	t=0	t=1	t=2	t=3
IO_2	-1.000	+700	+400	+250

- IO2, i=10%:

Zeitpunkt	Kumulierte Einzahlungsüberschüsse
t=0	-1000
t=1	-1000*(1,1)+700 =-400 <0
t=2	-400*1,1+400 = -40<0
t=3	-40*1,1+250 = 206>0

Ergebnis Beispiel

- Beide IOs amortisieren sich in t=3.
- Nach dem Verfahren der Amortisationsdauer sind hier beide IOs gleich gut.

Formalisierung der dynamischen Variante

- Man definiert die folgende Menge:

  $\Delta^{dyn}(IO)$

  $=\{t \text{ aus } \{1,\ldots,T\} | -A_0(1+i)^t+(E_1-A_1)(1+i)^{t-1}+\ldots+(E_{t-1}-A_{t-1})(1+i)+(E_t-A_t)\geq 0\}$
- Im obigen Beispiel:

  $\Delta^{dyn}(IO_1)=\{3\}$

  $\Delta(IO_2)=\{3\}$,
- Dann definiert man die Amortisationsdauer als das Minimum dieser Mengen:
- $AD(IO) = \min \Delta^{dyn}(IO)$
  - $\Delta^{dyn.}(IO_1)=\min\{3\} = 3$
  - $\Delta^{dyn.}(IO_2)=\min\{3\} = 3$

Problem des Verfahrens: Investitionen mit negativem oder geringerem Kapitalwert sind möglich (1)

- Das Amortisationsdauerverfahren beachtet keine Zahlungen nach dem Amortisationszeitpunkt.
- Deshalb kann es zu negativen Kapitalwerten oder zur Wahl relativ schlechterer IOs kommen.

t=0	t=1	t=2	t=3
-500	+600	+50	-1000

Problem des Verfahrens: welcher Zinssatz ist bei der dynamischen Variante zu verwenden?

- Erneut (s. „interner Zinsfuß“) wird lediglich ein Zinssatz verwendet – welcher?