pro Jahr

Rein lineare Verzinsung

Kapitalbindungsdauern:

Berechne das gesamte angesparte Kapital für die folgenden Kapitalbindungsdauern:

* Ein halbes Jahr
* Eineinhalb Jahre
* Ein Jahr, 8 Monate
* Fünf Jahre

Ein halbes Jahr:

Eineinhalb Jahre:

Ein Jahr, 8 Monate:

Fünf Jahre:

Einschub:

pro Jahr

Zinszuschlag am Ende des Jahres

Anlage über 2,5 Jahre

Nach einem Jahr:

pro Jahr

Zinszuschlag am Ende des Jahres (= mit Zinseszins)

Kapitalbindungsdauern:

Berechne das gesamte angesparte Kapital für die folgenden Kapitalbindungsdauern:

* Ein halbes Jahr
* Eineinhalb Jahre
* Ein Jahr, 8 Monate
* Fünf Jahre

Halbes Jahr:

Eineinhalb Jahre:

Ein Jahr, acht Monate:

Fünf Jahre:

Zinssatz : 0,57% pro Monat

Anlage 200 Euro

Zinszuschlag am Ende des Monats

Stetige Zinseszinsrechnung:

Nach T Jahren hat man bei einem Zins von pro Jahr und bei Anfangsanlage von den Betrag

Dabei ist e die Eulersche Zahl 2,71828

Halbes Jahr, eineinhalb Jahre, ein Jahr acht Monate, fünf Jahre?

T=0,5

T=1,5:

T = 1 J, 8 Monate

T=5

Aufgabe 2.1 (Aufgabensammlung zur Vorlesung)

Teilaufgabe b) (a) machen wir später)

„heute“: 30.04.2010

Anlage von 500 Euro, Festgeldkonto

Bis zum 1.3.2015

Zins = 2,75%, Zinstermin = 1.März

Am 1.3.2015 werden 400 Euro abgehoben.

Der Rest auf dem Konto wird über weitere zwei Jahre zu 1,75% pro Jahr angelegt (d.h. bis zum 1.3.2017)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zeitpunkte | Vermögen | Zahlung |
| 30.04.2010 | 500 | -500 |
| 1.3.2011 | (\*) | 0 |
| 1.3.2012 | (\*) | 0 |
| 1.3.2013 |  | 0 |
| 1.3.2014 |  | 0 |
| 1.3.2015 |  | 400 |
| 1.3.2016 |  | 0 |
| 1.3.2017 | (\*\*) | 176,06 |

(\*) Alternative Lösung mit rein linearer Verzinsung innerhalb des Jahres:

Die Lösung (siehe Skript) unterstellt im Prinzip eine stetige Verzinsung.

(\*\*)

2.1 d)

(Aufgabenteile a) und c) machen wir später…)

„heute“: 30.4.2010

Anlage 100 Euro

Bundesschatzbrief,

Zinslauf ab 1.3.

Fälligkeit: 1.3.2017

Schwierigkeit: vom 30.4.2010 bis zum 1.32011 haben wir kein ganzes Jahr, bekommen also nicht die gesamten 0,25% Zinsen pro Jahr

(Angabe der Endrendite ist hier nicht relevant)

Nebenrechnung:

Zwischenstand am 1.3.2011:

Zwischenstand am 1.3.2012:

….

Einschub:

Bei welchem konstanten Zins r hätte man bei Investition von 100 Euro am 30.04.2010 bis zum 1.3.2017 ebenfalls am Ende 118,50 Euro angespart?

Aufgabe 2.1 a)

„heute“: 30.04.2010

Bundesanleihe

Fälligkeit 4.1.2015

Nominalzins (=Kuponsatz) = 3,75%

Nennwert: wir nehmen 100 Euro an

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 30.04.2010 | 4.01.2011 | 4.01.2012 | 4.01.2013 | 4.01.2014 | 4.01.2015 |
| -109,1883  = -(107,98 + 1,2083) | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 103,75 |

Kurs (=Clean Price = ohne Stückzinsen): 107,98 (ausgewiesen in Prozent des Nennwertes)

Stückzinsen:

Wie viel Zeit ist seit der letzten Kuponzahlung am 4.1.2010 vergangen?

Bei vereinfachter Rechnung:

30 Tage pro Monat

3 volle Monate, d.h. Februar, März, April

26 Tage im Januar

c)

Zero-Bond, d.h. keine Kuponzahlungen, keine Stückzinsen

Preis = 32,505 (da keine Stückzinsen)

4.7.2039: 100 Euro

|  |  |
| --- | --- |
| 30.04.2010 | 4.7.2039 |
| -32,505 | 100 |

A2.7

1. Klassischer Kapitalwert

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t | t+1 | t+2 | t+3 |
| IO1 | -100 | 70 | 40 | 40 |
| IO2 | -100 | 20 | 90 | 50 |

i=10% pro Jahr

Falls man sich entscheiden muss (=konkurrierende Objekte):

Wähle IO2, da dieses den höheren positiven Kapitalwert aufweist

Falls man sich nicht entscheiden muss (= kombinierbare Objekte):

Wähle beide Objekte, da beide einen positiven Kapitalwert haben.

Variante der Aufgabe (nicht in der Aufgabensammlung…): Beurteile die Objekte mit Hilfe des Endwertes

-A0\*(1+i)T + Z1\*(1+i)T-1 + Z2\*(1+i)T-2+ …+ ZT-1\*(1+i)+ ZT

Schnellere Berechnung:

Verwende einfach den Kapitalwert aus Aufgabe a) und zinse diesen auf den Zeitpunkt t+3 auf.

Konkret:

1. Annuitätenmethode

Idee:

Wie berechne ich die Annuität eines Objektes?

Antwort:

Hier: T=3 , r = 10%

Somit:

Konkret:

Beide Objekte sind prinzipiell vorteilhaft, da sie jeweils eine positive Annuität aufweisen.

Wenn man sich entscheiden muss:

* Wähle IO2, da dieses die höhere positive Annuität hat

Wenn man sich nicht entscheiden muss: Wähle beide Objekte

Aufgabe 2.1 (Fortsetzung)

Teilaufgabe e)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t=0 (30.04.2010) | t=1 31.05.2010 | t=2 30.06.2010 |  |  | 31.03.2012 | 30.04.2012 |
| +7500 | -333 | -333 | … | … | -333 | -333 |

Teilaufgabe f)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t=0  30.04.2010 | t=1  30.04.2011 | t=2  30.04.2012 | t=3  30.04.2013 | t=4  30.04.2014 |
|  |  | - 26,26236 | - 26,26236 | - 26,26236 | - 26,26236 |

Zins- und Tilgungsstaffel:

i=2%

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zeit | Kredit (Beginn der Periode) | Zinszahlung | Tilgung | Annuität | Kredit (Ende der Periode) |
| t=1 | 100 (\*) |  | 24,26236 | 26,26236 | 100 - 24,26236= 75,73764 |
| t=2 | 75,73764 | 2% \* 75,73…  =1,51475 | 26,26236-1,51475=24,74761 | 26,26236 | 50,99 |
| t=3 | 50,99 | 1,01980 | 25,24256 | 26,26236 | 25,74747 |
| t=3 | 25,74747 | 0,51495 | 25,74741 | 26,26236 |  |

(\*) Merken (für Klausur): Hier den Wert ohne Abzug des Disagios einsetzen

Aufgabe 2.9

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | t=0 | t=1 | t=2 |
| IO1 | -100 | 70 | 40 |
| IO2 | -100 | 20 | 90 |

Objekte anhand des internen Zinsfußes beurteilen

IO1:

Dividiere durch 40:

(Die zweite, negative Lösung braucht man in der Klausur nicht, sofern nicht explizit danach gefragt ist)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| IO2 | -100 | 20 | 90 |

Teile durch 90:

Beide Objekte sind prinzipiell vorteilhaft, da sie jeweils einen höheren internen Zinsfuß als die „Hurdle Rate“ (=Referenzzins) haben.

Wenn man sich für ein Objekt entscheiden muss:

Wähle IO1 (da iZF(IO1) > iZF(IO2) > Referenzzins)

Wenn man beide Objekte durchführen kann, führe beide durch.

Aufgabe 2.7 (Fortsetzung)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t | t+1 | t+2 | t+3 |
| IO1 | -100 | 70 | 40 | 40 |
| IO2 | -100 | 20 | 90 | 50 |

i=10% pro Jahr

Vergleich anhand der Amortisationsdauer

IO1:

: -100 < 0 (keine Amortisation)

t=1: (keine Amortisation)

(keine Amortisation)

Trick: Man kann einfach den Saldo aus der Vorperiode aufzinsen und die nächste Zahlung hinzuaddieren:

t=3:

Amortisationsdauer IO1 = drei Perioden

IO2:

t=0 -> keine Amortisation

t=1:

:

:

Amortisationsdauer IO2 = 3

Antwort:

Beide Objekte sind gemessen an der Amortisationsdauer gleich gut

Aufgabe 2.2

In t+1 10000 Euro Zahlung

Wachstumsraten 10%, 15%, -15%

Ergebnis: Zahlungsstrom

t+1: 10000

t+2:

t+2:

t+3:

Aufgabe 2.4

Wesentlicher Punkt: Abschreibungen sind keine Zahlungen -> ignorieren!

Einzahlungen:

t+1: 100 Stück \* 100 Euro/Stück =10000 Euro

t+2: 150 \*100 = 15000

t+2: 100 \* 110 = 11000

t+3: 200 \* 120 = 24000

Auszahlungen:

t+1: 100 \* 50 + 6000 = 11000

t+2: 150 \* 60 + 6000 = 15000

t+3: 100 \* 60 + 6000 = 12000

t+4: 200 \* 70 + 7000 = 21000

Einzahlungsüberschüsse (= endgültige Lösung der Aufgabe)

t+1: 10000 – 11000 = -1000

t+2: 15000 – 15000 = 0

t+3: 11000 – 12000 = -1000

t+4: 24000 – 21000 = +3000

Aufgabe 2.10

Kassazinsen (=Spotzinsen)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

Berechne den Termins (aus heutiger Sicht) für die Anlage von t=1 (in einem Jahr) bis t=3 (in drei Jahren)

Grundidee:

Vergleiche

* die direkte Anlage von t bis t+3
* mit der indirekten Anlage:
  + Teilgeschäft 1: Anlage von t bis t+1 (d.h. über ein Jahr)
  + Teilgeschäft 2: Anlage per Termin (!) von t+1 bis t+3

Anlagebetrag: Ist eigentlich nicht wichtig für das Ergebnis, also nehmen wir einen Anlagebetrag von einem Euro an.

„direkte Strategie“:

Anlage

Man erhält dann in t+3:

„indirekte Strategie“:

Lege zunächst einen Euro von t bis t+1 (d.h. über ein Jahr an)

Anlage: 1 Euro

Nach einem Jahr:

Anlage dieses Betrags zum (noch unbekannten) Kassazins von t+1 bis t+3:

Anlage: Euro

IN t+3:

Vergleich:

Lösung:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

Gesucht: Terminzins für das Geschäft von t+1 bis t+3 (heute=t)

1. Direkte Anlage: von t bis t+3

(Anlage)

1. Indirekte Anlage:

Lege zunächst einen Euro von t bis t+1 an:

(Anlage)

Anlage dieses Betrags zum (noch unbekannten Terminzins x) von t+1 bis t+3:

Aus Arbitragegründen: Beide Strategien (i) und ii)) müssen in t+3 denselben Wert liefern:

Begründung: Das ist nur eine komplizierte Schreibweise für den Kassazins für die Anlage von t bis t+1 (weil: Zeitpunkt des Abschlusses = Index links = erster Index rechts)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

Ziehe die dritte Wurzel:

Aufgabe 3.6

Gegeben: Zahlungen aus Aufgabe 2.4 = leistungswirtschaftliche Seite

t+1: 10000 – 11000 = -1000

t+2: 15000 – 15000 = 0

t+3: 11000 – 12000 = -1000

t+4: 24000 – 21000 = +3000

Kredit:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zeit | t | t+1 | t+2 | t+3 | t+4 |
| Zahlung | 0 |  |  |  |  |

2500 Nennwert, 6 % Kupon

Kreditauszahlungsbetrag:

Wichtig: Das ist nicht der Nennwert!

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Zeit | Vorplan | Zahlungen Finanzmarkt | | Zahlungsmittel-bestand |
|  |  | + | - |  |
| t+1 | -1000 | 2804,6450 | 1804,6450 (\*) | 0 |
| t+2 | 0 |  | 150 + 1670,7244 = | 0 |
| t+3 | -1000 |  |  | 0 |
| t+4 | 3000 |  | 2650 | 916,494778 (\*\*) |

(\*): überschüssige Mittel sollen einperiodig angelegt werden (insbesondere nicht in den Zahlungsmittelbestand gehen)

Zahlungsbereitschaft ist gegeben, da Zahlungsmittelbestand (ausweislich des Plans) in allen Zeitpunkten nichtnegativ ist.

Aufgabe 3.2

IO:

Anfangsauszahlung = 20

Einzahlung in t=1 = 22

Interner Zinsfuß?

(=Definition des internen Zinsfußes)