pro Jahr

Rein lineare Verzinsung

Kapitalbindungsdauern:

Berechne das gesamte angesparte Kapital für die folgenden Kapitalbindungsdauern:

* Ein halbes Jahr
* Eineinhalb Jahre
* Ein Jahr, 8 Monate
* Fünf Jahre

Ein halbes Jahr:

Eineinhalb Jahre:

Ein Jahr, 8 Monate:

Fünf Jahre:

Einschub:

 pro Jahr

Zinszuschlag am Ende des Jahres

Anlage über 2,5 Jahre

Nach einem Jahr:

 pro Jahr

Zinszuschlag am Ende des Jahres (= mit Zinseszins)

Kapitalbindungsdauern:

Berechne das gesamte angesparte Kapital für die folgenden Kapitalbindungsdauern:

* Ein halbes Jahr
* Eineinhalb Jahre
* Ein Jahr, 8 Monate
* Fünf Jahre

Halbes Jahr:

Eineinhalb Jahre:

Ein Jahr, acht Monate:

Fünf Jahre:

Zinssatz : 0,57% pro Monat

Anlage 200 Euro

Zinszuschlag am Ende des Monats

Stetige Zinseszinsrechnung:

Nach T Jahren hat man bei einem Zins von pro Jahr und bei Anfangsanlage von den Betrag

Dabei ist e die Eulersche Zahl 2,71828

Halbes Jahr, eineinhalb Jahre, ein Jahr acht Monate, fünf Jahre?

T=0,5

T=1,5:

T = 1 J, 8 Monate

T=5

Aufgabe 2.1 (Aufgabensammlung zur Vorlesung)

Teilaufgabe b) (a) machen wir später)

„heute“: 30.04.2010

Anlage von 500 Euro, Festgeldkonto

Bis zum 1.3.2015

Zins = 2,75%, Zinstermin = 1.März

Am 1.3.2015 werden 400 Euro abgehoben.

Der Rest auf dem Konto wird über weitere zwei Jahre zu 1,75% pro Jahr angelegt (d.h. bis zum 1.3.2017)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zeitpunkte | Vermögen | Zahlung |
| 30.04.2010 | 500 | -500 |
| 1.3.2011 | (\*)  | 0 |
| 1.3.2012 | (\*)  | 0 |
| 1.3.2013 |  | 0 |
| 1.3.2014 |  | 0 |
| 1.3.2015 |  | 400 |
| 1.3.2016 |  | 0 |
| 1.3.2017 | (\*\*) | 176,06 |

(\*) Alternative Lösung mit rein linearer Verzinsung innerhalb des Jahres:

Die Lösung (siehe Skript) unterstellt im Prinzip eine stetige Verzinsung.

(\*\*)

2.1 d)

(Aufgabenteile a) und c) machen wir später…)

„heute“: 30.4.2010

Anlage 100 Euro

Bundesschatzbrief,

Zinslauf ab 1.3.

Fälligkeit: 1.3.2017

Schwierigkeit: vom 30.4.2010 bis zum 1.32011 haben wir kein ganzes Jahr, bekommen also nicht die gesamten 0,25% Zinsen pro Jahr

(Angabe der Endrendite ist hier nicht relevant)

Nebenrechnung:

Zwischenstand am 1.3.2011:

Zwischenstand am 1.3.2012:

….

Einschub:

Bei welchem konstanten Zins r hätte man bei Investition von 100 Euro am 30.04.2010 bis zum 1.3.2017 ebenfalls am Ende 118,50 Euro angespart?

Aufgabe 2.1 a)

„heute“: 30.04.2010

Bundesanleihe

Fälligkeit 4.1.2015

Nominalzins (=Kuponsatz) = 3,75%

Nennwert: wir nehmen 100 Euro an

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 30.04.2010 | 4.01.2011 | 4.01.2012 | 4.01.2013 | 4.01.2014 | 4.01.2015 |
| -109,1883 = -(107,98 + 1,2083) | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 3,75 | 103,75 |

Kurs (=Clean Price = ohne Stückzinsen): 107,98 (ausgewiesen in Prozent des Nennwertes)

Stückzinsen:

Wie viel Zeit ist seit der letzten Kuponzahlung am 4.1.2010 vergangen?

Bei vereinfachter Rechnung:

30 Tage pro Monat

3 volle Monate, d.h. Februar, März, April

26 Tage im Januar

c)

Zero-Bond, d.h. keine Kuponzahlungen, keine Stückzinsen

Preis = 32,505 (da keine Stückzinsen)

4.7.2039: 100 Euro

|  |  |
| --- | --- |
| 30.04.2010 | 4.7.2039 |
| -32,505 | 100 |

A2.7

1. Klassischer Kapitalwert

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t | t+1 | t+2 | t+3 |
| IO1 | -100 | 70 | 40 | 40 |
| IO2 | -100 | 20 | 90 | 50 |

i=10% pro Jahr

Falls man sich entscheiden muss (=konkurrierende Objekte):

Wähle IO2, da dieses den höheren positiven Kapitalwert aufweist

Falls man sich nicht entscheiden muss (= kombinierbare Objekte):

Wähle beide Objekte, da beide einen positiven Kapitalwert haben.

Variante der Aufgabe (nicht in der Aufgabensammlung…): Beurteile die Objekte mit Hilfe des Endwertes

-A0\*(1+i)T + Z1\*(1+i)T-1 + Z2\*(1+i)T-2+ …+ ZT-1\*(1+i)+ ZT

Schnellere Berechnung:

Verwende einfach den Kapitalwert aus Aufgabe a) und zinse diesen auf den Zeitpunkt t+3 auf.

Konkret:

1. Annuitätenmethode

Idee:

Wie berechne ich die Annuität eines Objektes?

Antwort:

Hier: T=3 , r = 10%

Somit:

Konkret:

Beide Objekte sind prinzipiell vorteilhaft, da sie jeweils eine positive Annuität aufweisen.

Wenn man sich entscheiden muss:

* Wähle IO2, da dieses die höhere positive Annuität hat

Wenn man sich nicht entscheiden muss: Wähle beide Objekte

Aufgabe 2.1 (Fortsetzung)

Teilaufgabe e)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t=0 (30.04.2010) | t=1 31.05.2010 | t=2 30.06.2010 |  |  | 31.03.2012 | 30.04.2012 |
| +7500 | -333 | -333 | … | … | -333 | -333 |

Teilaufgabe f)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t=030.04.2010 | t=130.04.2011 | t=230.04.2012 | t=330.04.2013 | t=430.04.2014 |
|  |  | - 26,26236 | - 26,26236 | - 26,26236 | - 26,26236 |

Zins- und Tilgungsstaffel:

i=2%

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zeit | Kredit (Beginn der Periode) | Zinszahlung | Tilgung | Annuität | Kredit (Ende der Periode) |
| t=1 | 100 (\*) |  | 24,26236 | 26,26236 | 100 - 24,26236= 75,73764 |
| t=2 | 75,73764 | 2% \* 75,73…=1,51475 | 26,26236-1,51475=24,74761 | 26,26236 | 50,99 |
| t=3 | 50,99 | 1,01980 | 25,24256 | 26,26236 | 25,74747 |
| t=3 | 25,74747 | 0,51495 | 25,74741 | 26,26236 |  |

(\*) Merken (für Klausur): Hier den Wert ohne Abzug des Disagios einsetzen

Aufgabe 2.9

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | t=0 | t=1 | t=2 |
| IO1 | -100 | 70 | 40 |
| IO2 | -100 | 20 | 90 |

Objekte anhand des internen Zinsfußes beurteilen

IO1:

Dividiere durch 40:

(Die zweite, negative Lösung braucht man in der Klausur nicht, sofern nicht explizit danach gefragt ist)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| IO2 | -100 | 20 | 90 |

Teile durch 90:

Beide Objekte sind prinzipiell vorteilhaft, da sie jeweils einen höheren internen Zinsfuß als die „Hurdle Rate“ (=Referenzzins) haben.

Wenn man sich für ein Objekt entscheiden muss:

Wähle IO1 (da iZF(IO1) > iZF(IO2) > Referenzzins)

Wenn man beide Objekte durchführen kann, führe beide durch.

Aufgabe 2.7 (Fortsetzung)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t | t+1 | t+2 | t+3 |
| IO1 | -100 | 70 | 40 | 40 |
| IO2 | -100 | 20 | 90 | 50 |

i=10% pro Jahr

Vergleich anhand der Amortisationsdauer

IO1:

: -100 < 0 (keine Amortisation)

t=1: (keine Amortisation)

 (keine Amortisation)

Trick: Man kann einfach den Saldo aus der Vorperiode aufzinsen und die nächste Zahlung hinzuaddieren:

t=3:

Amortisationsdauer IO1 = drei Perioden

IO2:

t=0 -> keine Amortisation

t=1:

:

:

Amortisationsdauer IO2 = 3

Antwort:

Beide Objekte sind gemessen an der Amortisationsdauer gleich gut

Aufgabe 2.2

In t+1 10000 Euro Zahlung

Wachstumsraten 10%, 15%, -15%

Ergebnis: Zahlungsstrom

t+1: 10000

t+2:

t+2:

t+3:

Aufgabe 2.4

Wesentlicher Punkt: Abschreibungen sind keine Zahlungen -> ignorieren!

Einzahlungen:

t+1: 100 Stück \* 100 Euro/Stück =10000 Euro

t+2: 150 \*100 = 15000

t+2: 100 \* 110 = 11000

t+3: 200 \* 120 = 24000

Auszahlungen:

t+1: 100 \* 50 + 6000 = 11000

t+2: 150 \* 60 + 6000 = 15000

t+3: 100 \* 60 + 6000 = 12000

t+4: 200 \* 70 + 7000 = 21000

Einzahlungsüberschüsse (= endgültige Lösung der Aufgabe)

t+1: 10000 – 11000 = -1000

t+2: 15000 – 15000 = 0

t+3: 11000 – 12000 = -1000

t+4: 24000 – 21000 = +3000

Aufgabe 2.10

Kassazinsen (=Spotzinsen)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

Berechne den Termins (aus heutiger Sicht) für die Anlage von t=1 (in einem Jahr) bis t=3 (in drei Jahren)

Grundidee:

Vergleiche

* die direkte Anlage von t bis t+3
* mit der indirekten Anlage:
	+ Teilgeschäft 1: Anlage von t bis t+1 (d.h. über ein Jahr)
	+ Teilgeschäft 2: Anlage per Termin (!) von t+1 bis t+3

Anlagebetrag: Ist eigentlich nicht wichtig für das Ergebnis, also nehmen wir einen Anlagebetrag von einem Euro an.

„direkte Strategie“:

 Anlage

Man erhält dann in t+3:

„indirekte Strategie“:

Lege zunächst einen Euro von t bis t+1 (d.h. über ein Jahr an)

Anlage: 1 Euro

Nach einem Jahr:

Anlage dieses Betrags zum (noch unbekannten) Kassazins von t+1 bis t+3:

Anlage: Euro

IN t+3:

Vergleich:

Lösung:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

Gesucht: Terminzins für das Geschäft von t+1 bis t+3 (heute=t)

1. Direkte Anlage: von t bis t+3

 (Anlage)

1. Indirekte Anlage:

Lege zunächst einen Euro von t bis t+1 an:

 (Anlage)

Anlage dieses Betrags zum (noch unbekannten Terminzins x) von t+1 bis t+3:

Aus Arbitragegründen: Beide Strategien (i) und ii)) müssen in t+3 denselben Wert liefern:

Begründung: Das ist nur eine komplizierte Schreibweise für den Kassazins für die Anlage von t bis t+1 (weil: Zeitpunkt des Abschlusses = Index links = erster Index rechts)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

Ziehe die dritte Wurzel:

Aufgabe 3.6

Gegeben: Zahlungen aus Aufgabe 2.4 = leistungswirtschaftliche Seite

t+1: 10000 – 11000 = -1000

t+2: 15000 – 15000 = 0

t+3: 11000 – 12000 = -1000

t+4: 24000 – 21000 = +3000

Kredit:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zeit | t | t+1 | t+2 | t+3 | t+4 |
| Zahlung | 0 |  |  |  |  |

2500 Nennwert, 6 % Kupon

Kreditauszahlungsbetrag:

Wichtig: Das ist nicht der Nennwert!

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 J | 2J | 3J | 4J | 5J | 6J |
|  | 0,29% | 0,59% | 1% | 1,44% | 1,84% | 2,2% |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Zeit | Vorplan | Zahlungen Finanzmarkt | Zahlungsmittel-bestand |
|  |  | + | - |  |
| t+1 | -1000 | 2804,6450 | 1804,6450 (\*) | 0 |
| t+2 | 0 |  | 150 + 1670,7244 =  | 0 |
| t+3 | -1000 |  |  | 0 |
| t+4 | 3000 |  | 2650 | 916,494778 (\*\*) |

(\*): überschüssige Mittel sollen einperiodig angelegt werden (insbesondere nicht in den Zahlungsmittelbestand gehen)

Zahlungsbereitschaft ist gegeben, da Zahlungsmittelbestand (ausweislich des Plans) in allen Zeitpunkten nichtnegativ ist.

Aufgabe 3.2

IO:

Anfangsauszahlung = 20

Einzahlung in t=1 = 22

Interner Zinsfuß?

(=Definition des internen Zinsfußes)

Aufgabe 3.2

Dean-Modell

Schritt 1: Berechne interne Zinsfüße

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | t | t+1 | Int. Zinsfuß |
| IO1 | -20 | 22 | (\*) 10% |
| IO2 | -100 | 111 | 11% |
| IO3 | -50 | 58 | 16% |

(\*) , d.h. hier besonders einfach, und keine p-q-Formel notwendig

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | t | t+1 | Int. Zinsfuß |
| FO1 | 50 | -52,5 | 5% |
| FO2 | 50 | -54,5 | 9% |
| FO3 | 50 | -56 | 12% |
| FO4 | 50 | -59 | 18% |

Schritt: Ordne IOs fallend und FOs steigend nach iZF:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Volumen | Volumen kumuliert | iZF |
| IO3 | 50 | 50 | 16% |
| IO2 | 100 | 150 | 11% |
| IO1 | 20 | 170 | 10% |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Volumen | Volumen kumuliert | iZF |
| FO1 | 50 | 50 | 5% |
| FO2 | 50 | 100 | 9% |
| FO3 | 50 | 150 | 12% |
| FO4 | 50 | 200 | 18% |

„optimales“ Budget im Dean-Modell:

Führe IO3 komplett und IO2 zur Hälfte durch, finanziert über FO1 und FO2 (jeweils vollständig)

Begründung: Erhöhe das Volumen so lange, wie der iZF der IOs über dem iZF der FOs liegt.

Aufgabe 3.3

Dean Modell

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t=0 | t=1 | t=2 | Int. ZF |
| IO | -100 | +10 | +110 | 10% (\*) |
| FO | +100 | -5 | -111,24 | 8% |

(\*): 10% als int. Zinsfuß des IOs: kann man eigentlich direkt erkennen.

Int. Zinsfuß des FOs:

Dividiere durch :

In der Klausur reicht es aus, die positive Lösung zu bestimmen:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t=0 | t=1 | t=2 | Int. ZF |
| IO | -100 | +10 | +110 | 10% (\*) |
| FO | +100 | -5 | -111,24 | 8% |

Entscheidung gemäß Dean-Modell:

Führe beide Objekte vollständig durch, da der interne Zinsfuß des IOs größer als der interne Zinsfuß des FOs ist.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | t=0 | t=1 | t=2 | Int. ZF |
| IO | -100 | +10 | +110 | 10% (\*) |
| FO | +100 | -5 | -111,24 | 8% |
| Gesamtzahlungs-strom | 0 | +5 | -1,24 |  |

In Zeitpunkt t=2 ist die Zahlungsbereitschaft nicht gegeben! (Saldo = -1,24 < 0)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zustand 1 (4/20) | Zustand 2 (5/20) | Zustand 3 (11/20) |
| WP1 | 100 | 110 | 120 |
| WP2 | 100 | 113 | 119 |

4.1

a) Berechne die Erwartungswerte, vergleiche die Papiere dann.

Basierend auf dem Erwartungswert ist Wertpapier 2 besser, da es den höheren Erwartungswert hat.

1. Bestimme Varianz und Standardabweichung

Beurteilung: Wertpapier 2 ist besser, da es die geringere Varianz aufweist (impliziert natürlich, dass Risiko als negativ eingestuft wird).

1. Lower Partial Moments

Bestimme LPM0, LPM1 und LPM2 für Wertpapier 1, wobei der Referenzwert gleich dem Erwartungswert von Papier 1 (also 113,5 laut Aufgabe a)) sein soll.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zustand 1 (4/20) | Zustand 2 (5/20) | Zustand 3 (11/20) |
| WP1 | 100 | 110 | 120 |

LPM0 = Unterschreitungswahrscheinlichkeit für den Referenzwert

LPM1 :

LPM2:

1. Value-at-Risk (Verlustdefinition)

Erwartungswert von Papier 1 = 113,5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zustand 1 (4/20) | Zustand 2 (5/20) | Zustand 3 (11/20) |
| WP1 | 100 | 110 | 120 |
| Verlust | 13,5 | 3,5 | -6,5 |
|  | 0 | 4/20 | 9/20 |
|  | 1 | 16/20 | 11/20 |

Der kleinste Verlust, der mit einer Wahrscheinlichkeit von maximal 7/20 überschritten wird, ist 3,5.

Der kleinste Verlust, der mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 13/ 20 nicht überschritten wird, ist 3,5.

(Das ist zweimal der gleiche Sachverhalt)

1. Value-at-Risk (Vermögensdefinition)

Nettovermögen = Vermögen - Referenzwert

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zustand 1 (4/20) | Zustand 2 (5/20) | Zustand 3 (11/20) |
| WP1 | 100 | 110 | 120 |
| Nettovermögen | -13,5 | -3,5 | 6,5 |
|  | 0 | 4/20 | 9/20 |
|  | 1 | 16/20 | 11/20 |

Das größte Vermögen, das mit einer Wahrscheinlichkeit von maximal 7/20 unterschritten wird, ist -3,5.

Das größte Vermögen, das mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 13/20 nicht unterschritten wird, ist -3,5.

1. Conditional Value at Risk

p =10/20

Erwartungswert von Papier 1 = 113,5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zustand 1 (4/20) | Zustand 2 (5/20) | Zustand 3 (11/20) |
| WP1 | 100 | 110 | 120 |
| Verlust | 13,5 | 3,5 | -6,5 |
|  | 0 | 4/20 | 9/20 |
|  | 1 | 16/20 | 11/20 |

Value-at-Risk (p=10/20) = -6,5

Wenn der Value-at-Risk überschritten wurde:

Aufgabe 4.3

Value-at-Risk bei einer Normalverteilung

Vermögen normalverteilt mit und Varianz .

Referenzwert = Erwartungswert

Wenn das Vermögen W normalverteilt ist, dann ist auch der Verlust normalverteilt.

Bestimme also den Erwartungswert des Verlustes, , und die Varianz des Verlustes, .

Kurz:

Value-at-Risk = 3,06

Begründung: Erwartungswert = 0, Standardabweichung = .

Die Parameter in der Tabelle sind Erwartungswert und Standardabweichung

Somit ist die erste (der drei vorgeschlagenen) Tabellen die richtige.

Ablesen des 13/20 = 65%-Quantils:

In Frage kommen entweder 3,05 (Wahrscheinlichkeit ist minimal kleiner als 65%) oder 3,06 (Wahrscheinlichkeit ist minimal größer) -> man kann in im Prinzip beide Werte begründen oder den Durchschnitt nehmen.

Wenn man das Risiko lieber überschätzen als unterschätzen möchte, wählt man den etwas größeren Value-at-Risk.