Terminzinsen

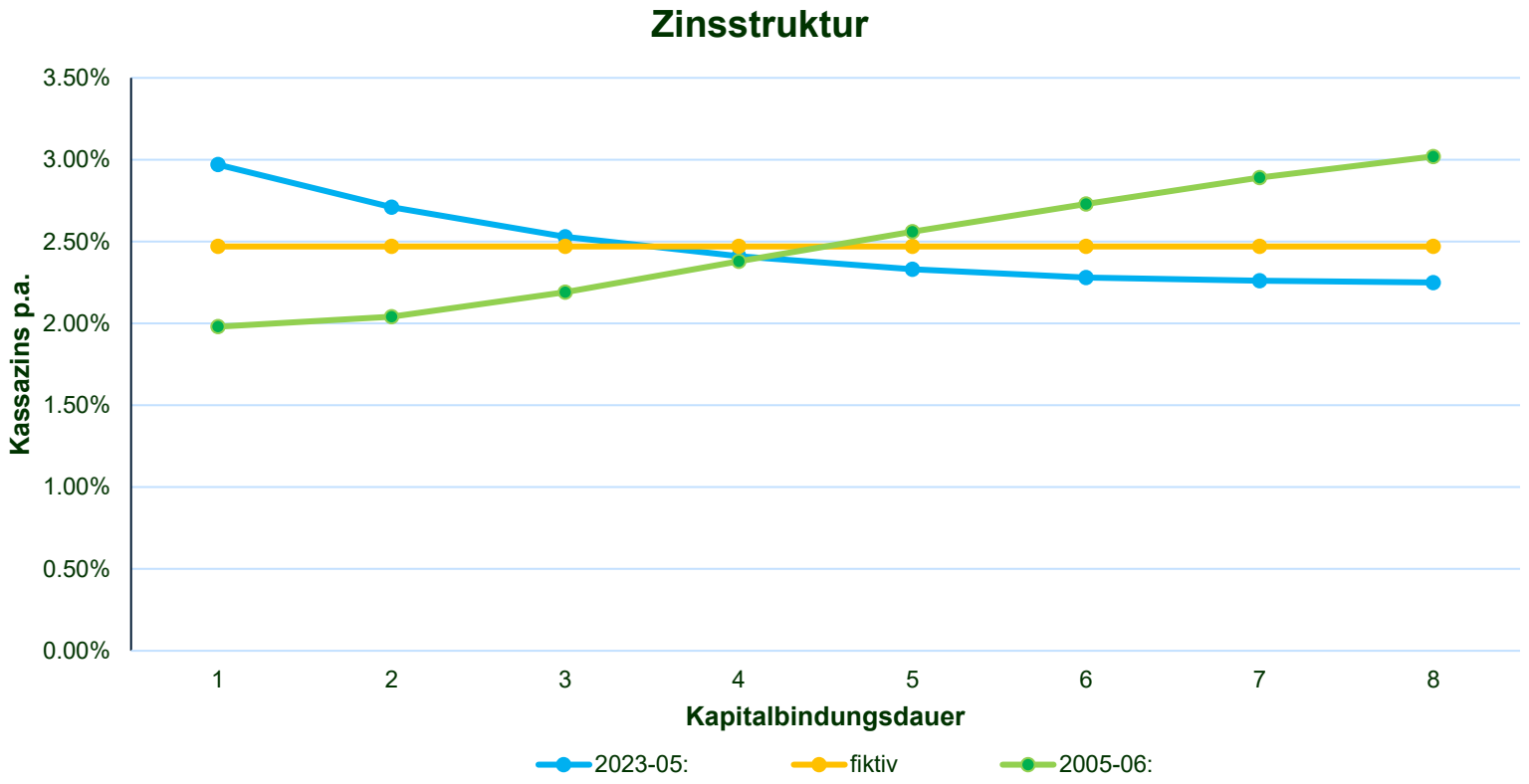
Problem – worum geht es in diesem Kapitel?

- Bisher haben wir uns fast ausschließlich dem Problem der Investitionsbewertung gewidmet.
- Die Finanzierung der Investitionsobjekte blieb dabei aber unberücksichtigt.

Terminzinsen

- Es gibt grundsätzlich zwei Arten von Zinsen:
  - Spotzinsen (synonym: Kassazinsen, engl.: spot rate)
  - Terminzinsen (engl.: forward rate)
- Ihnen sind wahrscheinlich bisher nur Spotzinsen bekannt.

Zinsstruktur: normal, flach und invers



Zeitstruktur Terminzinsen

- Terminzinsen sind Bestandteil eines Kreditgeschäfts, das aus folgenden drei Zeitpunkten besteht:
  - Zeitpunkt t_0: Ein Vertrag wird geschlossen, in dem der Zins, die Laufzeit des Geschäfts, und das Volumen des Kredits festgelegt werden.
  - Wichtig:
  - Im Zeitpunkt t_0 erfolgen noch keine Zahlungen, sondern es werden nur die Bedingungen festgelegt.

Zeitstruktur Terminzinsen

- Terminzinsen sind Bestandteil eines Kreditgeschäfts, das aus folgenden drei Zeitpunkten besteht:
  - Zeitpunkt t_1 (später als t_0): In diesem Zeitpunkt zahlt der Kreditgeber das vereinbarte Kreditvolumen an den Kreditnehmer aus

Zeitstruktur Terminzinsen

- Terminzinsen sind Bestandteil eines Kreditgeschäfts, das aus folgenden drei Zeitpunkten besteht:
  - Zeitpunkt t_2 (später als t_0 und t_1): In diesem Zeitpunkt zahlt der Kreditnehmer Zins und Tilgung zurück, wobei der Zins im Zeitpunkt t_0 vereinbart wurde.
  - Zu verzinsen sind t_2- t_1 Perioden, da dies der Kapitalbindungsdauer entspricht.

Zeitstruktur Terminzinsen

Sicht Kreditgeber:

Zeit:	t_0	t_1	t_2
Zahlung:	0	-X	$X \cdot \left(1 + {}_{t_0}r_{t_1,t_2}\right)^{t_2 - t_1}$

Erläuterung: Volumen X

Zins: ${}_{t_0}r_{t_1,t_2}$

Zusammenhang: Termin- und Spotzinsen

- In welchem Zusammenhang stehen Termin- und Spotzinsen zueinander
  - Kann man sie beispielsweise völlig unabhängig voneinander festlegen?
- Antwort:
  - Das Prinzip der „Arbitragefreiheit“ schafft eine enge Verbindung zwischen beiden Zinsarten
  - Konkret. Kennt man alle Spotzinsen, so kann man auch die Terminzinsen berechnen.

Arbitragefreiheit

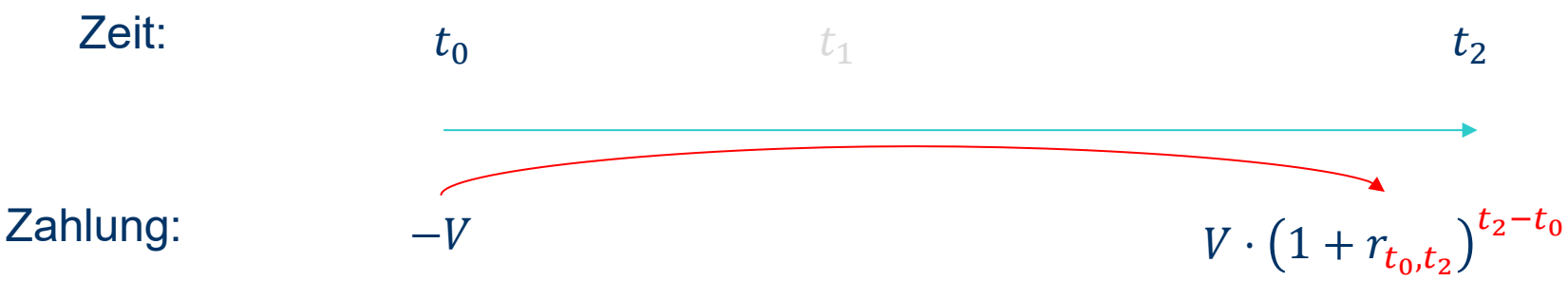
- Grundidee:
  - Es kann auf einem Markt keine stabile Lage sein, wenn man beliebig große Gewinne erzielen könnte, ohne eine Auszahlung zu tätigen.
  - Stehen Spot- und Terminzinsen nicht im richtigen Verhältnis zueinander, so ist aber genau dies möglich

Arbitragefreiheit

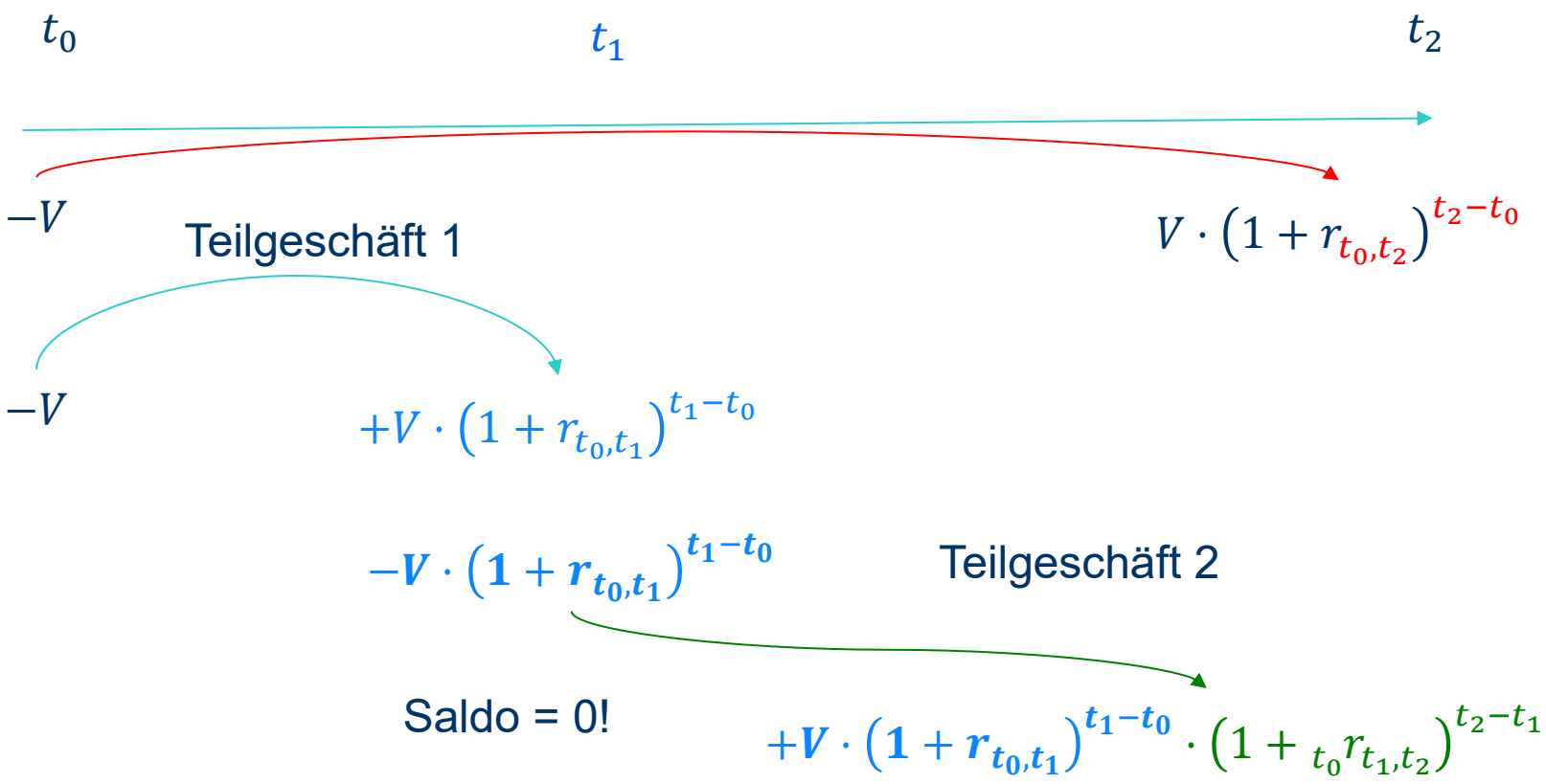
- Mögliche Arbitragestrategie:
  - Lege einen Betrag V, zum Beispiel $V = 1.000.000\$$ auf zwei Varianten von t_0 nach t_2 an bzw. nehme von t_0 bis t_2 einen Kredit auf:
  - Variante 1: Anlage zum Spotzins von t_0 nach t_2
  - Variante 2: „Flug mit Zwischenstop“
    - Lege erst V von t_0 bis t_1 an (Teilgeschäft 1)
    - Lege das Ergebnis aus Teilgeschäft 1 per Terminkontrakt von t_1 bis t_2 an (Teilgeschäft 2).

Anlage/Kreditaufnahme per Spotzins

Sicht Anleger:



Anlage/Kreditaufnahme per Spotzins und Terminzins



Konsequenz der Arbitragefreiheit

$$V \cdot \left(1 + r_{t_0,t_2}\right)^{t_2 - t_0} = +V \cdot \left(1 + r_{t_0,t_1}\right)^{t_1 - t_0} \cdot \left(1 + {}_{t_0}r_{t_1,t_2}\right)^{t_2 - t_1}$$

$$\left(1 + r_{t_0,t_2}\right)^{t_2 - t_0} = \left(1 + r_{t_0,t_1}\right)^{t_1 - t_0} \cdot \left(1 + {}_{t_0}r_{t_1,t_2}\right)^{t_2 - t_1}$$

$$\left(1 + {}_{t_0}r_{t_1,t_2}\right)^{t_2 - t_1} = \frac{\left(1 + r_{t_0,t_2}\right)^{t_2 - t_0}}{\left(1 + r_{t_0,t_1}\right)^{t_1 - t_0}}$$

Terminzins = aus Spotzinsen berechenbar!

Spotzinsen = bekannt

Angebot und Nachfrage regulieren Arbitrage:

	t	T
V1	-V	$V \cdot (1 + r_{0,T})^T$
V2	-V	$V \cdot (1 + r_{0,\tau})^\tau (1 + {}_t r_{\tau,T})^{T-\tau}$

	t	T
V1 (Investition)	$-\frac{1}{(1 + r_{0,T})^T}$	1
V2 (Investition)	$-\frac{1}{(1 + r_{0,\tau})^\tau (1 + {}_t r_{\tau,T})^{T-\tau}}$	1

Preisanpassung durch Arbitrage

- Zwei Anlagen mit identischer Zahlung zum Zeitpunkt T – aber zunächst unterschiedlichen Preisen

V2: günstiger Preis

KAUFEN → Nachfrage ↑

Preis V2 steigt ↗

V1: höherer Preis

VERKAUFEN → Angebot ↑

Preis V1 sinkt ↘

Gleichgewicht: P(V1) = P(V2)

Aufgabe 2.10

- Folgende Zinsstruktur-Tabelle der Bundesbank in % per annum

Zinsstruktur am Rentenmarkt - Schatzwerte / Borsennotierte Bundeswertpapiere (Tageswerte)

	wt3211	wt3213	wt3215	wt3217	wt3219	wt3221	wt3223	wt3225	wt3227	wt3229	wt3431	wt3433	wt3435	wt3437	wt3439
Datum	1 Jahr	2 Jahre	3 Jahre	4 Jahre	5 Jahre	6 Jahre	7 Jahre	8 Jahre	9 Jahre	10 Jahre	11 Jahre	12 Jahre	13 Jahre	14 Jahre	15 Jahre
2010-05-13	0,27	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2010-05-12	0,29	0,59	1,00	1,44	1,84	2,20	2,51	2,78	3,01	3,20	3,36	3,49	3,61	3,70	3,78

KBD	1 Jahr	2 Jahre	3 Jahre	4 Jahre	5 Jahre	6 Jahre
Zins	0,29%	0,59%	1%	1,44%	1,84%	2,2%

  - $r_{t,t} = 0\%$

– Gesucht

a) Bestimmen Sie die Zinsstruktur für die ersten drei Jahre und geben Sie ihre Form an!

b) Berechnen Sie die Termin-Zinssätze ${}_tr_{t,t+1}$, ${}_tr_{t+1,t+3}$, ${}_tr_{t+2,t+4}$, ${}_tr_{t+3,t+6}$!

c) Vergleichen Sie die Endwerte einer dreijährigen Anlage mit der einer revolvierend einjährigen Anlage, wobei die Zinssätze der revolvierenden Anlage heute bereits festgeschrieben sind!

Aufgabe 2.10 a)
Form der Zinsstruktur

Zinsstruktur für die ersten drei Jahre

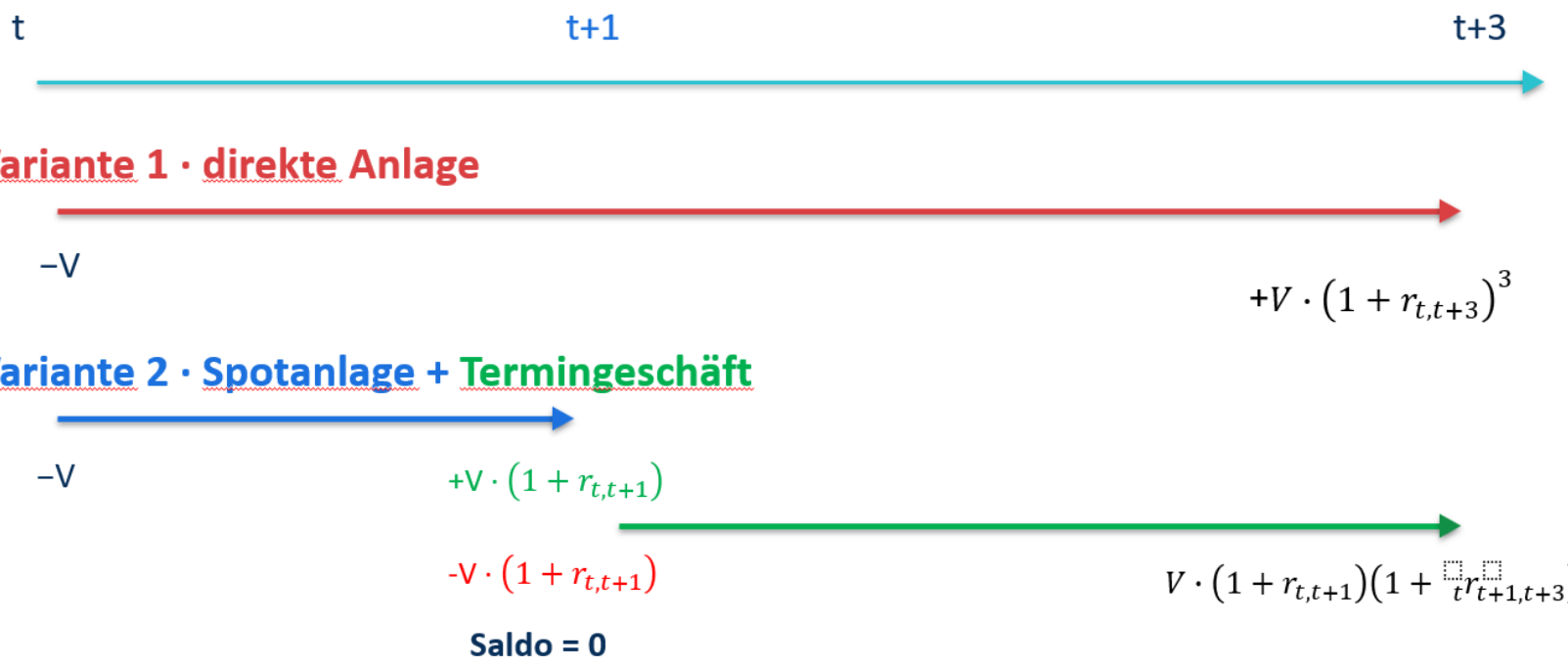
KBD	1 Jahr	2 Jahre	3 Jahre
Zins	0,29%	0,59%	1%

- Form der Zinsstruktur: normal (steigend)
- Der Spotzins steigt mit zunehmender Kapitalbindungsdauer.

Aufgabe 2.10 b) | Terminzins ${}_t r_{t,t+1}$

- Vertragsabschluss und Anlagebeginn fallen zusammen.
- ${}_t r_{t,t+1}$ ist gerade der Kassazins (Synonym: Spotzins) $r_{t,t+1} = 0{,}29\%$

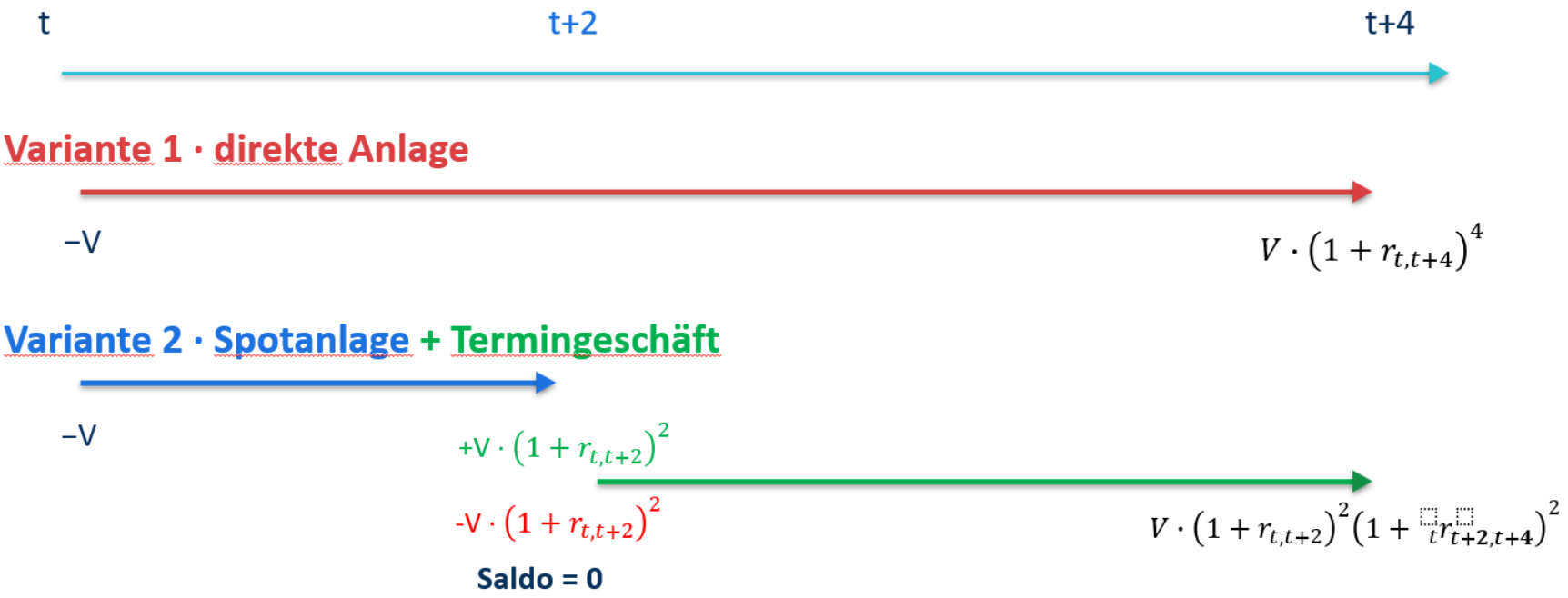
Aufgabe 2.10 b) | Terminzins $_{t}r_{t+1,t+3}$



$$V \cdot (1 + r_{t,t+3})^3 = V \cdot (1 + r_{t,t+1})(1 + {}_{t}r_{t+1,t+3})^2$$

$${}_{t}r_{t+1,t+3} \approx 1{,}357\ \%$$

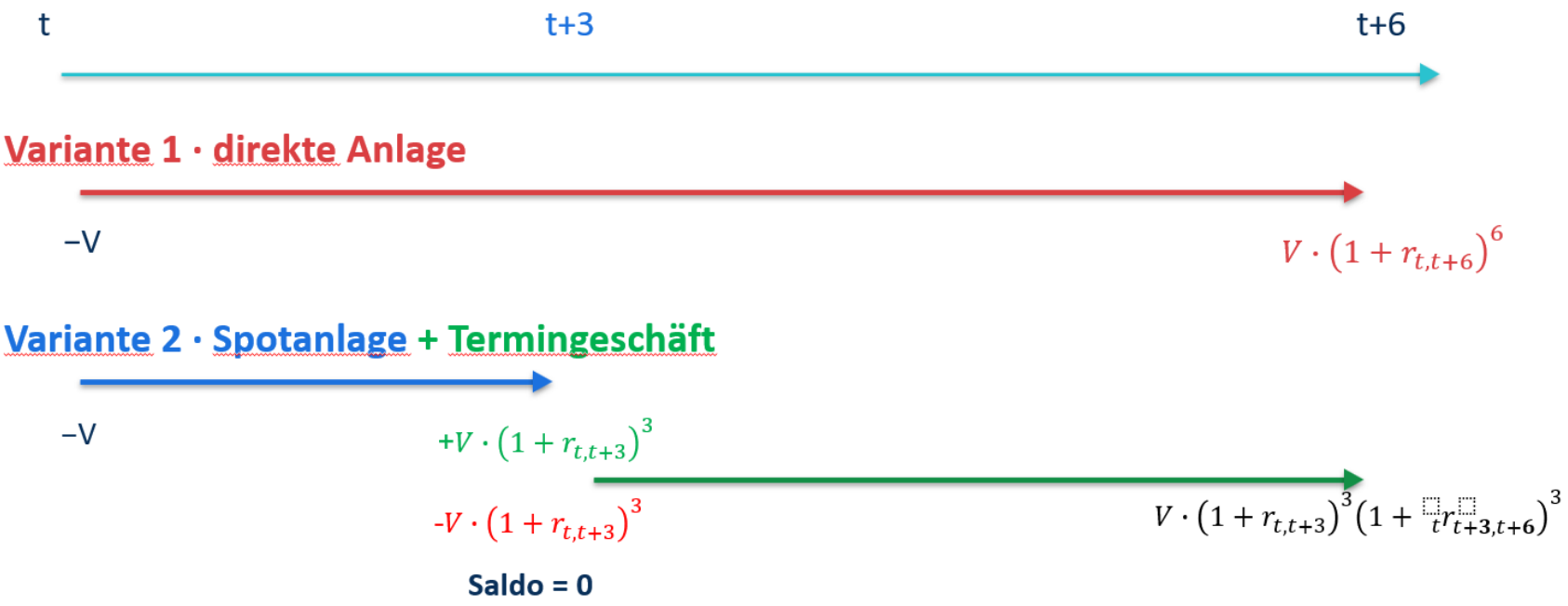
Aufgabe 2.10 b) | Terminzins $_{t}r_{t+2,t+4}$



$$V \cdot (1 + r_{t,t+4})^4 = V \cdot (1 + r_{t,t+2})^2 (1 + {}_{t}r_{t+2,t+4})^2$$

$${}_{t}r_{t+2,t+4} \approx 2{,}297\ \%$$

Aufgabe 2.10 b) | Terminzins $_{t}r_{t+3,t+6}$



$$V \cdot (1 + r_{t,t+6})^6 = V \cdot (1 + r_{t,t+3})^3 (1 + {}_{t}r_{t+3,t+6})^3$$

$${}_{t}r_{t+3,t+6} \approx 3{,}414\ \%$$

Aufgabe 2.10 c) – Vergleich zweier Anlagewege: Identischer Endwert bei Arbitragefreiheit

1 € wird heute investiert. Beide Varianten müssen bei Arbitragefreiheit denselben Endwert liefern.

Variante 1: direkt 3 Jahre



Variante 2: Drei einjährige Anlagen (eine Spotanlage + zwei Terminanlagen)



1. Jahr: $r_{t,t+1}$ — 2. Jahr: ${}_t r_{t+1,t+2}$ — 3. Jahr: ${}_t r_{t+2,t+3}$

−1 €

$+(1+r_{t,t+1})$

$-(1+r_{t,t+1})$

Saldo = 0

$+(1+r_{t,t+1})(1+{}_t r_{t+1,t+2})$

$-(1+r_{t,t+1})(1+{}_t r_{t+1,t+2})$

Saldo = 0

$(1+r_{t,t+1})(1+{}_t r_{t+1,t+2})$
$(1+{}_t r_{t+2,t+3})$

Arbitragefreiheit $(1+r_{t,t+3})^3 = (1+r_{t,t+1})(1+{}_t r_{t+1,t+2})(1+{}_t r_{t+2,t+3})$