

Vollmond-Wettbewerb 2023

Fachbereich Mathematik und Informatik
der Philipps-Universität Marburg

Runde 3

Veröffentlicht am 7. März 2023

V3.1. Wir haben 100 gleich große Spielmünzen, auf denen die Zahlen von 1 bis 100 aufgedruckt sind, auf jeder Münze eine der Zahlen. Wir wollen die Münzen nebeneinander nach folgenden Regeln auftürmen:

- Die Summe der Zahlen auf den zum Bauen verwendeten Münzen ist 2023.
- Wenn eine Zahl auf einer verbauten Münze steht, dann steht auch jede kleinere positive ganze Zahl, ausgenommen höchstens zwei, auf einer verbauten Münze. Bei zwei fehlenden Zahlen ist eine ein ganzes Vielfaches der anderen.

(1) Wie viele Möglichkeiten hat man für die Auswahl von geeigneten Münzen für das Bauwerk?

(2) Welche Möglichkeiten hat man für die Anzahl und Größe der Türme, wenn es mindestens zwei Türme geben soll und bis auf den ersten Turm jeder aus einer Münze mehr als der vorherige bestehen soll?

V3.2. Gegeben seien eine Strecke AB und ein Punkt C , der irgendwo auf AB liegt. Mit K bezeichnen wir den Kreis mit Durchmesser AB , mit L den Kreis mit Durchmesser AC und mit M den Kreis mit Durchmesser CB . Außerdem bezeichnen wir die senkrecht zu AB durch den Punkt C verlaufende Gerade mit g . Es gibt dann zwei Kreise, die den Kreis K , die Gerade g und den Kreis L in je einem Punkt berühren. Diese beiden Kreise bezeichnen wir mit P_1 und P_2 . Außerdem gibt es zwei Kreise, die den Kreis K , die Gerade g und den Kreis M in je einem Punkt berühren. Diese beiden Kreise bezeichnen wir mit Q_1 und Q_2 . Begründen Sie, dass die vier Kreise P_1 , P_2 , Q_1 und Q_2 gleich groß sind.

Abgabefrist ist der

06. April 2023, 06:30 Uhr.

Die Abgabe ist nur elektronisch über ILIAS nach erfolgreicher Anmeldung zum Wettbewerb möglich.

Bei beiden Aufgaben erhält man für die eingereichte Lösung maximal 10 Punkte. Bei der Bewertung werden neben der Korrektheit der Lösung und der Begründung auch die Klarheit und Verständlichkeit des eingereichten Textes berücksichtigt.