

Übungsblatt 5 (zu bearbeiten bis 23.11.2011)**Aufgabe 1: Harmonischer Oszillator**

(a) Für einen harmonischen Oszillator soll die mittlere quadratische Auslenkung $\langle x^2 \rangle$ aus der Gleichgewichtslage für die Zustände mit den Schwingungsquantenzahlen $\nu = 0$ und $\nu = 1$ berechnet werden. Die dazu gehörigen Eigenfunktionen lauten:

$$\psi_0 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{\alpha \cdot x^2}{2}} \quad \psi_1 = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^{1/4} 2\alpha^{1/2} x e^{-\frac{\alpha \cdot x^2}{2}},$$

wobei x die Auslenkung aus der Ruhelage ist und

$$\alpha = \left(\frac{k\mu}{\hbar^2}\right)^{1/2} \quad (k = \text{Kraftkonstante}, \mu = \text{reduzierte Masse}).$$

(b) Wenden Sie das Ergebnis auf das Br_2 -Molekül an ($\tilde{\nu}_0 = 32.32 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$ und $r_e = 228.3 \text{ pm}$).

(c) Wie groß ist die mittlere relative Auslenkung $\langle x \rangle$ aus der Gleichgewichtslage in den beiden Schwingungszuständen?

Aufgabe 2: Reduzierte Massen und Trägheitsmomente

(a) Berechnen und vergleichen Sie die reduzierten Massen von $^1\text{H}^{19}\text{F}$, $^1\text{H}^{35}\text{Cl}$, $^1\text{H}^{79}\text{Br}$ und $^1\text{H}^{127}\text{I}$.

(b) Bestimmen Sie die reduzierte Masse des Systems Proton—Elektron für das H-Atom und berechnen Sie die Position des Schwerpunktes auf der Verbindungslinie der beiden Teilchen als Funktion ihres Abstands.

(c) Vergleichen Sie das Trägheitsmoment von ^{238}U als einem der schwersten Atomkerne mit dem von H_2 als kleinstem und leichtestem Molekül bei Rotation um den Schwerpunkt senkrecht zur Molekülachse. Gehen Sie von einem kugelförmigen Kern mit der Dichte $\rho_{\text{Kern}} = 1.82 \cdot 10^{14} \text{ kg/dm}^3$ aus. Das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel mit Radius R beträgt $I = (2/5)mR^2$.

Aufgabe 3: Tunneleffekt

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron, welches sich mit der thermischen Energie kT bewegt, bei $T = 300 \text{ K}$ einen 2 eV hohen und 1.0 nm breiten Potentialwall durchtunnelt?

Aufgabe 4: Wasserstoffatom

In einem Wasserstoffatom soll eine Elektron aus dem Grundzustand in den angeregten Zustand mit der Hauptquantenzahl $n = 50$ angeregt werden (solche Zustände mit großer Hauptquantenzahl nennt man Rydberg-Zustände).

(a) Welche Energie (in J, eV, cm^{-1}) muss dem Wasserstoffatom zugeführt werden?

(b) Welchen Zustand kann man mit dieser Energie in einem Li^{2+} Ion maximal erreichen?

(c) Welche Energie wäre nötig, um das Wasserstoffatom aus dem Zustand $n = 50$ zu ionisieren?

(d) Die Emission dieses Zustands wird mit einem Spektrometer beobachtet. Bei welchen Wellenlängen sind die drei kurzwelligsten Linien zu finden?

(e) Schätzen Sie nach dem BOHRschen Atommodell den Bahnradius des $n = 50$ Orbitals ab und vergleichen Sie mit dem Bahnradius für den Grundzustand ($n = 1$).